Svět práce v každodenním životě

Gymnázium Hranice

Sbírka řešených příkladů do semináře fyziky 2

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Mechanické kmitání a vlnění

Gymnázium Hranice

1. Hmotný bod koná harmonický kmitavý pohyb s amplitudou výchylky 10 cm a s periodou 2 s. Zapište rovnici harmonického kmitání. Určete výchylku, rychlost a zrychlení bodu v čase 0,2 s od začátku pohybu. Počáteční fáze kmitavého pohybu je nulová.

Řešení:

y_m = 10 cm = 0,1 m, T = 2 s, t = 0,2 s

Pro okamžitou výchylku harmonického kmitavého pohybu s nulovou počáteční fází platí vztah:

$y = y_m \cdot \sin \omega t$ $\qquad$ $T = 2\ s \Longrightarrow \omega = \frac{2\pi}{2} = \pi\ s^{-1}$, $y_m = 0{,}1\ m$

Velikost okamžité výchylky v čase t = 0,2 s: $\qquad$ $y = 0{,}1 \cdot \sin \pi.0{,}2 = 0{,}059\ m$

Pro okamžitou rychlost harmonického kmitavého pohybu s nulovou počáteční fází platí vztah:

$v = \omega . y_m \cdot \cos \omega . t$

Velikost okamžité rychlosti v čase t = 0,2 s: $\qquad$ $v = \pi . 0{,}1 \cdot \cos \pi.0{,}2 = 0{,}25\ m.s^{-1}$

Pro okamžité zrychlení harmonického kmitavého pohybu s nulovou počáteční fází platí vztah:

$v = -\omega^2 . y_m \cdot \sin \omega . t$

Velikost okamžitého zrychlení v čase t = 0,2 s: $\qquad$ $a = -\pi^2 . 0{,}1 \cdot \sin \pi.0{,}2 = -0{,}58\ m.s^{-2}$

Záporné znaménko jen symbolizuje, že vektor zrychlení v každém okamžiku směřuje do rovnovážné polohy.

2. Hmotný bod vykonává harmonický kmitavý pohyb. Pro velikost okamžité výchylky platí vztah $y = 0{,}2 \cdot \sin\left(\frac{1}{3}\pi t + \frac{1}{4}\pi\right)$. Určete amplitudu výchylky, periodu a počáteční fázi kmitavého pohybu. Nakreslete fázorový a časový diagram kmitavého pohybu.

Řešení:

Pro okamžitou výchylku harmonického kmitavého pohybu s nenulovou počáteční fází platí vztah:

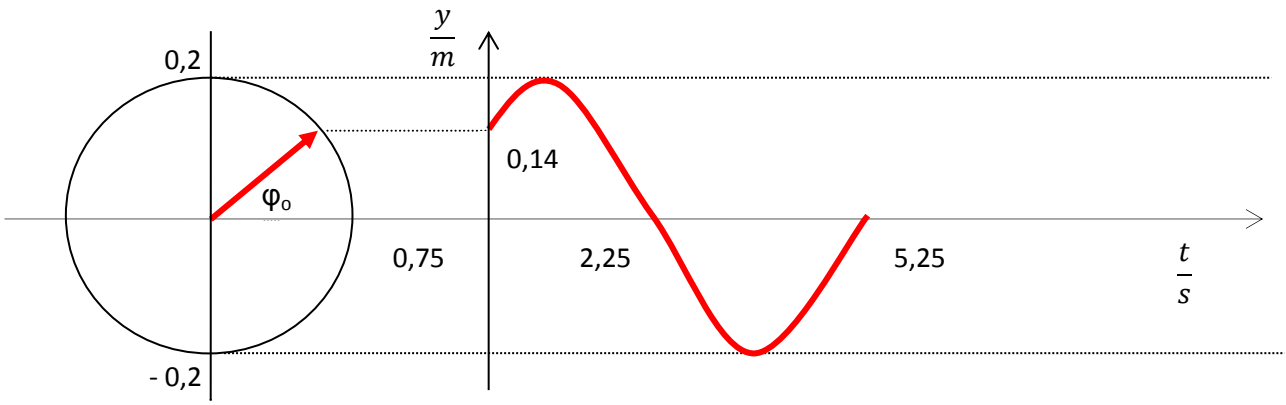
$y = y_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$

Porovnáním obou rovnic dostáváme:

$y_m = 0{,}2\ m$ $\qquad$ $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{3} \Longrightarrow T = 6\ s$ $\qquad$ $\varphi_0 = \frac{1}{4}\pi\ rad$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Fázorový a časový diagram:



K tomu, aby byl časový diagram úplný, potřebujeme okamžitou výchylku y_o v čase t = 0 s a také čas t_o, před kterým kmitající oscilátor prošel rovnovážnou polohou:

Pro okamžitou výchylku našeho harmonického kmitavého pohybu platí vztah:

$y = 0{,}2 \,.\, \sin\left(\frac{1}{3}\pi t + \frac{1}{4}\pi\right)$

Pro t = 0 s dostáváme: $y_o = 0{,}2 \,.\, \sin\frac{1}{4}\pi = 0{,}2 \,.\, \frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}14$ m

Vzhledem k „ pěkné „ počáteční fázi platí: $t_o = \frac{T}{8} = \frac{6}{8}\ s = 0{,}75\ s$

3. Za jakou dobu od počátečního okamžiku dosáhne oscilátor kmitající podle rovnice y = 0,07.sin4πt okamžité výchylky -7 cm?

Řešení:

y_m = 0,07 m = 7 cm, ω = 4π s^{-1}, y = -7 cm

Vzhledem k „ pěknému“ zadání si můžeme řešení příkladu zjednodušit. Stačí si všimnout, že okamžitá výchylka má stejnou velikost jako maximální výchylka. Oscilátor dosáhne této výchylky za $\frac{3}{4}$T.

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Longrightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{T} \Longrightarrow T = \frac{1}{2}$ s

$\frac{3}{4}T = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$ s $= \frac{3}{8}$ s = 0,375 s

Příklad můžeme složitěji řešit pomocí goniometrické rovnice:

Kmitání mechanického oscilátoru je popsáno rovnicí: $y = y_m.\sin \omega t$

Dosazením za okamžitou výchylku: -7 cm = 7. sin4πt cm ⟹ sin4πt = 1 ⟹ $4\pi t = \frac{\pi}{2} \Longrightarrow$

$t = \frac{3}{8}$ s = 0,375 s

Pozn: bylo zbytečné převádět cm na m. Jednotky se při řešení vykrátí.

4. S jakou frekvencí bude kmitat pružina, zavěsíme-li na ni závaží 0,1 kg (síla 1 N protáhne pružinu o 1,5 cm)?

Řešení:

F_G = 1 N ⟹ m = 0,1 kg, Δl = 1,5 cm = 1,5.10^{-2} m, g = 9,8 m.s^{-2}

Frekvence kmitání pružinového oscilátoru je dána rovnicí: $f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$

Neznáme ale tuhost pružiny k. Tu vypočítáme ze známého vztahu: m.g = k. Δl ⟹ k = $\frac{m.g}{\Delta l}$

dosadíme do vztahu pro frekvenci: $f = \frac{1}{2\pi} . \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} . \sqrt{\frac{\frac{m.g}{\Delta l}}{m}} \Longrightarrow \mathbf{f} = \frac{1}{2\pi} . \sqrt{\frac{g}{\Delta l}}$

Po dosazení: $f = \frac{1}{2\pi} . \sqrt{\frac{9,8}{0,015}}$ Hz = 4,07 Hz

5. Pružina je zatížená závažím 200 g. Přívažkem 20 g se prodlouží o 3 cm. Jak velká je její doba kmitu (i s přívažkem) po uvedení v podélné kmity? K hmotnosti pružiny nepřihlížíme.

Řešení:

m = 200 g = 0,2 kg, m_0 = 20g = 0,02 kg, Δl = 3 cm = 3.10^{-2} m, g = 9,8 $m.s^{-2}$

Při řešení použijeme známý vztah pro periodu pružinového oscilátoru: T = 2π. $\sqrt{\frac{m+\Delta m}{k}}$

Δm.g = k. Δl ⟹ k = $\frac{\Delta m.g}{\Delta l}$

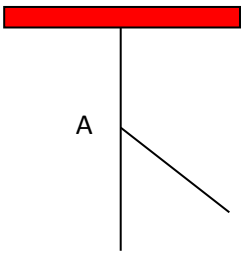
$\Longrightarrow T = 2\pi . \sqrt{\frac{m+\Delta m}{k}} = 2\pi . \sqrt{\frac{m+\Delta m}{\frac{\Delta m.g}{\Delta l}k}} \Longrightarrow \mathbf{T = 2\pi . \sqrt{\frac{\Delta l.(m+\Delta m)}{\Delta mg}}}$

Po dosazení: $\mathbf{T = 2\pi . \sqrt{\frac{0,03.(0,2+0,02)}{0,02.9,8}}}$ s = 1,15 s

6. Jaká je doba kyvu kyvadla na obrázku, je-li délka kyvadla 90 cm a zarážka A je umístěna v polovině délky?

Řešení:

l = 90 cm = 0,9 m, g = 9,8 $m.s^{-2}$



Pro dobu kmitu toho matematického kyvadla platí: T = $\frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2}$, kde $T_1 = 2\pi . \sqrt{\frac{l}{g}}$

$T_2 = 2\pi . \sqrt{\frac{\frac{l}{2}}{g}} = 2\pi . \sqrt{\frac{l}{2g}} \Longrightarrow T = \frac{2\pi . \sqrt{\frac{l}{g}}}{2} + \frac{2\pi . \sqrt{\frac{l}{2g}}}{2} \Longrightarrow \mathbf{T = \pi . \sqrt{\frac{l}{g}} . (1 + \frac{1}{\sqrt{2}})}$

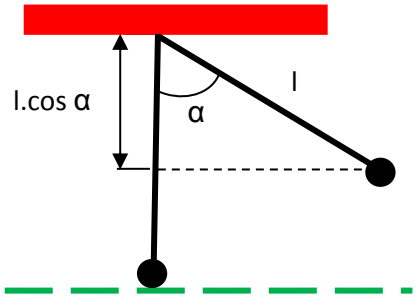
doba kyvu: $\boldsymbol{\tau = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{2} . \sqrt{\frac{l}{g}} . (1 + \frac{1}{\sqrt{2}})}$

Po dosazení: $\tau = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{2} . \sqrt{\frac{0,9}{9,8}} . (1 + \frac{1}{\sqrt{2}})$ = 0,81 s

7. Matematické kyvadlo délky l = 1,2 m bylo vychýleno o úhel 60° a puštěno. Jakou rychlostí projde rovnovážnou polohou?

Řešení:

l = 1,2 m, g = 9,8 $m.s^{-2}$



Vyjdeme ze zákona zachování mechanické energie. V rovnovážné poloze prochází kyvadlo nulovou hladinou potenciální energie ⟹ kinetická energie je maximální, potenciální nulová.

V krajní poloze (vychýleno o 60°) je kyvadlo v klidu ⟹ kinetická energie je nulová, potenciální maximální .

Víme, že celková mechanická energie $E = E_p + E_k$ je stále konstantní: ⟹ $E_p = E_k$

$m.g.(l - l.\cos\alpha) = \frac{1}{2}.m.v^2 \Longrightarrow \mathbf{v = \sqrt{2.g.l.(1 - \cos\alpha)}}$

Po dosazení: $v = \sqrt{2.9{,}8.1{,}2.(1 - \cos 60)} = 3{,}43\ m.s^{-1}$

8. V kabině výtahu visí kyvadlo, jehož perioda je $T_1 = 1{,}2$ s. Jestliže se kabina pohybuje se stálým zrychlením, kyvadlo kmitá s periodou $T_2 = 1{,}4$ s. Určete velikost zrychlení kabiny.

Řešení:

$T_1 = 1{,}2$ s, $T_2 = 1{,}4$ s, $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$

Obrázek 1

Vyjdeme ze známého vztahu pro periodu matematického kyvadla:

$T_1 = 2\pi.\sqrt{\frac{l}{g}}$ $\quad T_2 = 2\pi.\sqrt{\frac{l}{g+a}}$

Ze vztahu pro T2 si vyjádříme neznámé zrychlení výtahu:

$T_2 = 2\pi.\sqrt{\frac{l}{g+a}} \Longrightarrow T_2^2 = 4.\pi^2.\frac{l}{g+a} \Longrightarrow g + a = 4.\pi^2.\frac{l}{T_2^2} \Longrightarrow a = 4.\pi^2.\frac{l}{T_2^2} - g$

Neznámou délku matematického kyvadla si vyjádříme ze vztahu pro T_1:

$T_1 = 2\pi.\sqrt{\frac{l}{g}} \Longrightarrow T_1^2 = 4.\pi^2.\frac{l}{g} \Longrightarrow l = \frac{T_1^2.g}{4.\pi^2}$

Tento vztah dosadíme do vztahu pro vyjádření zrychlení:

$a = 4.\pi^2.\frac{l}{T_2^2} - g = 4.\pi^2.\frac{\frac{T_1^2.g}{4.\pi^2}}{T_2^2} - g = \frac{T_1^2}{T_2^2}.g - g \Longrightarrow \mathbf{a = g.(\frac{T_1^2}{T_2^2} - 1)}$

Po dosazení: $\mathbf{a = 9{,}8.(\frac{1{,}2_1^2}{1{,}4_2^2} - 1)\ m.s^{-2} = -2{,}6\ m.s^{-2}}$

Jak interpretovat záporné znaménko ve výsledku? Ano, zrychlení kabiny výtahu má opačný směr než tíhové zrychlení ⟹ výtah jede nahoru se zrychlením a = **- 2,6 m.s^{-2}.**

9. Celková energie harmonického oscilátoru je 6.10^{-5}J a maximální velikost síly, která na oscilátor působí, je 3.10^{-3}N. Napište rovnici pro okamžitou výchylku, jestliže oscilátor kmitá s periodou T = 2s a počáteční fází $60^{o} = \frac{\pi}{3}\ rad.$

Řešení:

E = 6.10^{-5}J , F = 3.10^{-3}N , T = 2 s, φ = 60°

Pro okamžitou výchylku harmonického kmitavého pohybu s nenulovou počáteční fází platí vztah:
$y = y_m \,.\, \sin(\omega t + \varphi_o)$

Pro celkovou energii harmonického kmitavého pohybu platí : $E = \frac{1}{2} k.y_m^2 \implies y_m = \sqrt{\frac{2.E}{k}}$

kde tuhost pružiny můžeme vyjádřit ze vztahu pro sílu: $F = k.y_m \implies k = \frac{F}{y_m} \implies E = \frac{1}{2} k.y_m^2 = \frac{1}{2}\frac{F}{y_m}.y_m^2 = \frac{1}{2}.F.y_m$

Pro okamžitou výchylku harmonického kmitavého pohybu pak platí: $y_m = \frac{2.E}{F}$

Po dosazení: $y_m = \frac{2.6.10^{-5}}{3.10^{-3}}\ m = 4.10^{-2} m$

Pro úhlovou rychlost platí vztah: $\omega = \frac{2.\pi}{T} = \frac{2.\pi}{2} = \pi$

$\implies$ $y = \frac{2.E}{F} . \sin(\pi t + \frac{\pi}{3})$

Po dosazení: $y = 4.10^{-2} . \sin(\pi t + \frac{\pi}{3})$ m

10. Hmotný bod koná harmonický pohyb určený rovnicí y = 6.sin(6.π.t) cm. V jakém čase je jeho kinetická energie třikrát větší jak potenciální energie?

Řešení:

y_m = 6 cm, ω = 6π

Pro kinetickou energii harmonického kmitavého pohybu platí vztah:

$$E_k = \frac{1}{2} m.v^2 \text{ , kde dále platí } v = \omega.y.\cos(6.\pi.t) \implies E_k = \frac{1}{2} m.\omega^2 y^2 cos^2(6.\pi.t)$$

Pro potenciální energii harmonického kmitavého pohybu platí vztah:

$$E_p = \frac{1}{2} k.y^2, \text{kde platí, že } \omega^2 = \frac{k}{m} \implies E_p = \frac{1}{2} m.\omega^2 y^2 sin^2(6.\pi.t)$$

Podle zadání má platit: $E_k = 3.E_p \implies \frac{1}{2} m.\omega^2 y^2 cos^2(6.\pi.t) = 3.\frac{1}{2} m.\omega^2 y^2 sin^2(6.\pi.t)$

$$cos^2(6.\pi.t) = 3.sin^2(6.\pi.t) \implies cotg^2(6.\pi.t) = 3$$

$\implies cotg\,(6.\pi.t) = \sqrt{3} \implies 6.\pi.t = \frac{\pi}{6} \implies t = \frac{1}{36}\ s$

11. Určete, s jakou periodou T bude kmitat kámen vhozený do šachty provrtané skrze střed Země (ze severního pólu na jižní pól) a jakou rychlostí proletí středem Země. Zanedbejte odpor prostředí a uvažujte Zemi jako homogenní kouli o hustotě ρ a poloměru R = 6378 km.

Řešení:

R = 6378 km = 6378 . 10^3 m, M = 6. 10^{24} kg, κ = 6,67 . 10^{-11} N . m^2 . kg^{-2}

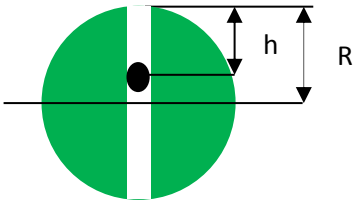
Obrázek 2

Na těleso prolétající šachtou působí v každém okamžiku proměnná gravitační síla. Víme, že síla způsobující kmitání mechanického oscilátoru je dána vztahem: F = -k.y

Znaménko mínus jen vyjadřuje, že síla směřuje v každém okamžiku do rovnovážné polohy; v našem případě do středu Země.

Pro periodu harmonického kmitání platí známý vztah: T = 2.π. $\sqrt{\frac{m}{k}}$

Odkud zjistíme poměr $\frac{m}{k}$?



V hloubce h pod povrchem Země působí na hmotný bod gravitační síla, jejíž velikost je dána Newtonovým gravitačním zákonem:

$$F_g = \kappa . \frac{m . M}{(R-h)^2}$$

m – hmotnost kmitajícího tělesa

M – hmotnost části Země o poloměru R – h

M = ρ . V, kde V je objem koule o poloměru R – h ⟹ V = $\frac{4}{3} . \pi . (R-h)^3$

⟹

$F_g = \kappa . \frac{m . \rho . \frac{4}{3} . \pi . (R-h)^3}{(R-h)^2} = \frac{4}{3} . \kappa . \rho . \pi . m . (R-h)$; tato síla je příčinou harmonického kmitání!

⟹ $\frac{4}{3} . \kappa . \rho . \pi . m . (R-h) = k . (R-h)$ ⟹ $\frac{m}{k} = \frac{1}{\frac{4}{3} . \kappa . \rho . \pi}$

Pro hmotnost celé Země platí: M = ρ . V ; V = $\frac{4}{3} . \pi . R^3$ ⟹ M = ρ . $\frac{4}{3} . \pi . R^3$ ⟹ ρ . $\frac{4}{3} . \pi = \frac{M}{R^3}$

⟹ $\frac{m}{k} = \frac{1}{\frac{M}{R^3} . \kappa} = \frac{R^3}{M . \kappa}$

Pro periodu harmonického kmitání nyní platí: $T = 2.\pi . \sqrt{\frac{m}{k}} = 2.\pi . \sqrt{\frac{R^3}{M . \kappa}}$

Po dosazení: T = 2.π. $\sqrt{\frac{6378^3 10^9}{6.10^{24} . 6{,}67.10^{-11}}}$ s = 5059 s = 1 hod 24 min 19 s

Maximální rychlost při průletu středem Země je dána vztahem $v = \omega . R = \frac{2.\pi}{T} . R$

Po dosazení: v = $\frac{2.\pi}{5059}$ .6378 . 10^3 = 7921 m . s^{-1}

12. Postupné vlnění, které se šíří pružným vláknem, je popsáno rovnicí y = 0,12.sin2(6.t-0,75.x) m. Určete amplitudu výchylky vlákna, periodu, vlnovou délku a rychlost, kterou se vlnění vláknem šíří.

Řešení:

Rovnice pro postupné vlnění má tvar: y = $y_m . \sin 2\pi . \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

$\Longrightarrow$ V rovnici z našeho příkladu musíme tedy π „ vtáhnout“ do závorky: y = $y_m . \sin 2 . \left(\frac{\pi.t}{T} - \frac{\pi.x}{\lambda}\right)$

0,12.sin2(6.t - 0,75.x) = $y_m . \sin 2 . \left(\frac{\pi.t}{T} - \frac{\pi.x}{\lambda}\right)$

Nyní stačí pouze srovnávat obě rovnice:

Y_m = 0,12 m = 12 cm

$\frac{\pi}{T} = 6 \Longrightarrow T = \frac{\pi}{6} s = 0{,}5\ s$

$\frac{\pi}{\lambda} = 0{,}75 \Longrightarrow \lambda = \frac{\pi}{0{,}75} m = 4{,}19\ m$

v = $\frac{\lambda}{T} = \frac{4{,}19}{0{,}5} m.s^{-1} = 8{,}38\ m.s^{-1}$

13. Ocelová tyč délky 1 m je upevněna uprostřed a její konec opatřený pístem je vsunut do otevřeného rezonátoru. Podélným rozkmitáním tyče vznikne chvění a v rezonátoru se vytvoří stojaté vlnění o vlnové délce 14 cm. Určete rychlost zvuku v oceli, je-li rychlost zvuku ve vzduchu 340 m . s^{-1}.

Řešení:

l = 1m, λ = 14 cm = 0,14 m, v = 340 m.s^{-1}

Rezonátor i tyč kmitají se stejnou frekvencí $\Longrightarrow f_1 = f_2$

Pro frekvenci platí: f = $\frac{v}{\lambda}$

Je – li tyč upevněna uprostřed, tak pro její délku platí: l = $\frac{\lambda}{2}$

Z těchto vztahů snadno určíme rychlost zvuku v oceli: $f_1 = f_2 \Longrightarrow \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \Longrightarrow \mathbf{v_1} = \frac{\lambda_1 . v_2}{\lambda_2} = \frac{2.l.v_2}{\lambda_2}$

Po dosazení: $v_1 = \frac{2.1.340}{0{,}14} m.s^{-1}$ = 4857 m . s^{-1}

14. Vlnění s periodou T postupuje podél osy x. Bod se souřadnicí x = 4 cm má v čase t = $\frac{T}{6}$ okamžitou výchylku y = 0,5y_m. Určete vlnovou délku vlnění.

Řešení:

x = 4 cm = 0,04 m, t = $\frac{T}{6}$ s, y = 0,5y_m

Rovnice pro postupné vlnění má tvar: y = $y_m . \sin 2\pi . \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

dosazením zadaných hodnot dostáváme: 0,5 y_m = $y_m . \sin 2\pi . \left(\frac{T}{6.T} - \frac{0{,}04}{\lambda}\right) \Longrightarrow \sin 2\pi . \left(\frac{1}{6} - \frac{0{,}04}{\lambda}\right) = \frac{1}{2}$

Řešením goniometrické rovnice získáváme: $2\pi . \left(\frac{1}{6} - \frac{0{,}04}{\lambda}\right) = \frac{\pi}{6} \Longrightarrow \frac{1}{6} - \frac{0{,}04}{\lambda} = \frac{1}{12} \Longrightarrow \frac{0{,}04}{\lambda} = \frac{1}{6} - \frac{1}{12}$

$\frac{0{,}04}{\lambda} = \frac{1}{12} \Longrightarrow$ λ = 0,04 . 12 m = 0,48 m = 48 cm

15. Jestliže zkrátíme délku struny (při nezměněné napínací síle) o 10 cm, změní se její základní frekvence 2krát. Určete původní délku struny l.

Řešení:

Δl = 10 cm = 0,1 m, $\frac{f_1}{f_0} = 2$

Obrázek 3

Pro frekvenci struny platí vztah: $f_0 = \frac{v}{\lambda}\,; l = \frac{\lambda}{2} \Longrightarrow \lambda = 2.l \Longrightarrow f_0 = \frac{v}{2.l}$

Zkrátíme-li strunu, pak pro její frekvenci platí: $f_1 = \frac{v}{2.(l-\Delta l)}$

Ze zadání příkladu pro poměr frekvencí platí: $\frac{f_1}{f_0} = 2 \Longrightarrow \frac{\frac{v}{2.(l-\Delta l)}}{\frac{v}{2.l}} = \frac{l}{l-\Delta l} = 2$

Řešíme tuto rovnici: 2.l – 2.Δl = l $\Longrightarrow$ **l = 2.Δl**

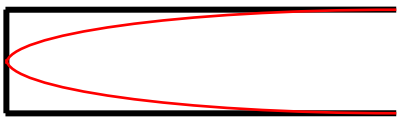
Po dosazení: ⟹ l = 2. 0,1 m = 0,2 m = 20 cm

Původní délka struny byla 20 cm.

16. Jak dlouhý je vzduchový sloupec otevřené retné píšťaly, vydává-li píšťala komorní a?

Řešení:

f = 440 Hz, v = 340 m.s^{-1}



Z obrázku vidíme, že délka otevřené retné píšťaly je rovna polovině vlnové délky vlnění. Dále víme, že frekvence komorního a je 440 Hz, rychlost zvuku přibližně 340 m.s^{-1}. Výpočet je nyní už snadný:

$l = \frac{\lambda}{2}\,;\ \lambda = \frac{v}{f} \Longrightarrow \mathbf{l} = \frac{\frac{v}{f}}{2} = \frac{v}{2f}$

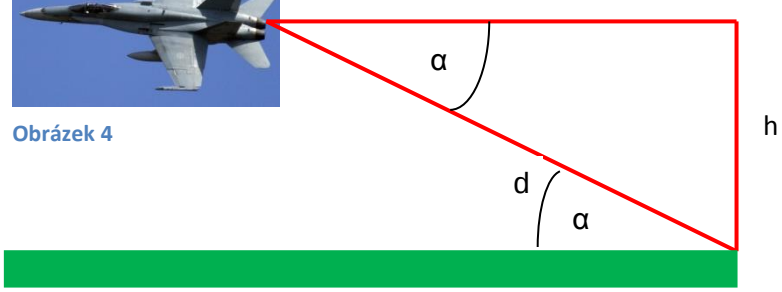
Po dosazení: $l = \frac{340}{2.440} m = 0{,}386\ m = 38{,}6\ cm$

17. Tryskové letadlo proletělo rychlostí 650 m.s^{-1} po přímé dráze ve výšce 3 km nad pozorovatelem. V jaké vzdálenosti od pozorovatele bylo letadlo, když pozorovatel uslyšel jeho zvuk?

Řešení:

v_z = 340 m.s^{-1} , v_l = 650 m.s^{-1}, h = 3 km = 3.10^3 m

Obrázek 4



Z obrázku platí podle Pythagorovy věty:

$d = \sqrt{h^2 + s^2}$

Z výšky h dorazí zvuk k pozorovateli za čas $t = \frac{h}{v_z}$; za tento čas uletí letadlo vzdálenost $s = v_l.t = v_l.\frac{h}{v_z}$

$\Longrightarrow \quad \mathbf{d} = \sqrt{\mathbf{h}^2 + (\mathbf{v_l}.\frac{\mathbf{h}}{\mathbf{v_z}})^2}$

Po dosazení: $d = \sqrt{9.10^{\,6} + (650\,.\frac{3.10^3}{340})^{\,2}}\; m = 6475{,}5\; m = 6{,}5\; km$

18. Ve vzdálenosti 10 m od zdroje zvuku je hladina intenzity 20 dB. Určete hladinu intenzity ve vzdálenosti 5 m.

Řešení:

r_1 = 10 m, L_1 = 20 dB, r_2 = 5 m, L_2 = ? dB

Jedná se o náročnější učivo, proto trochu teorie:

Šíření zvukového vlnění je spojeno s přenosem energie. Zdroj zvuku vyzařuje energii zvukového vlnění a ta je předávána k přijímači zvuku, kterým je nejčastěji ucho. Čím větší část energie ΔE zvukového vlnění se za dobu Δt přenese ze zdroje zvuku do uvažovaného místa, tím má zvukové vlnění větší **akustický výkon P**.

$\Longrightarrow$ akustický výkon P je vyjádřen vztahem: $P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$ $\left[\frac{\Delta E}{\Delta t}\right] = W$

Názorněji nás o hlasitosti zvuku informuje **intenzita zvuku I**, která je definována vztahem $I = \frac{\Delta P}{\Delta S} = \frac{\frac{\Delta E}{\Delta t}}{\Delta S} = \frac{\Delta E}{\Delta t.\Delta S}$;
kde ΔS je malá plocha kolmá na směr šíření zvukového vlnění $[I] = \left[\frac{\Delta P}{\Delta S}\right] = W.m^{-2}$

Sluchem můžeme vnímat při referenčním kmitočtu zvuky o velmi malém akustickém výkonu 10^{-12} W,tzn. pW. Tato hodnota určuje **práh slyšení**. Naopak **práh bolesti** může vyvolat zvuk o výkonu větším než 1W.

Poměr největšího a nejmenšího akustického výkonu má velkou hodnotu! Proto se tento poměr vyjadřuje v logaritmické stupnici v jednotkách bel – značka B. V praxi se používá jednotka desetkrát menší – decibel – značka dB.

Hladina intenzity zvuku je vyjádřena vztahem: $L = 10.log\frac{P}{P_0} = 10.log\frac{I}{I_0}$ $[I] = dB$, I je intenzita daného zvuku

V tomto vyjádření odpovídá při frekvenci 1 kHz:
I_o = 0 dB - práh slyšení
práh bolesti má hodnotu 130dB; vypočítáme ho po dosazení: $L = 10.log\frac{P}{P_0} = 10.log\frac{1}{10^{-12}}dB = 120dB$

pro akustický výkon v obou případech platí, že $P_1 = P_2 \Longrightarrow I_1S_1 = I_2S_2 \Longrightarrow I_2 = \frac{I_1S_1}{S_2} \Longrightarrow I_2 = \frac{I_1.4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2} = \frac{I_1 r_1^2}{r_2^2} = I_1.\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$

Pro neznámou hodnotu hladiny intenzity zvuku platí:

$$L_2 = 10.log\frac{I_2}{I_0} = 10.log\frac{I_1.\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}{I_0} = 10.log\frac{I_1}{I_0}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 10.logL_1.\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = L_1 + 10.log\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\Longrightarrow \mathbf{L_2 = L_1 + 20.log\frac{r_1}{r_2}}$$

Po dosazení:
$L_2 = 20 + 20.log\frac{10}{5} = 20 + 20.log2 = 26{,}02\; dB$

19. Zvuková intenzita elektrofonické kytary byla zesílena z 10^{-10} W.m^{-2} na 10^{-5} W.m^{-2}. Kolik decibelů činí zesílení?

Řešení:

$I_1 = 10^{-10}$ W.m^{-2}, $I_2 = 10^{-5}$ W.m^{-2} , ΔL = ? dB

Obrázek 5

Z minulého příkladu už známe vztahy pro intenzitu zvuku a hladinu intenzity zvuku:

$$L_1 = 10.\,log\frac{I_1}{I_0} \quad L_2 = 10.\,log\frac{I_2}{I_0}$$

$$\Delta L = L_2 - L_1 = 10.\,log\frac{I_2}{I_0} - 10.\,log\frac{I_1}{I_0} = 10.\log\frac{\frac{I_2}{I_0}}{\frac{I_1}{I_0}} \quad \Longrightarrow \quad \mathbf{\Delta L = 10.\log\frac{I_2}{I_1}}$$

Po dosazení: $\Delta L = 10.\,log\frac{10^{-5}}{10^{-10}}\,dB = 50\,dB$

20. O kolik decibelů se zvýší hladina intenzity zvuku, pokud se intenzita zvuku zvýší tisíckrát? Určete hodnotu této intenzity zvuku.

Řešení:

$I_1 = I_1$ W.m^{-2}, $I_2 = 1000.I_1$ W.m^{-2} , ΔL = ? dB, I_2 = ? W.m^{-2}

Už známe vztahy pro intenzitu zvuku a hladinu intenzity zvuku:

a) $$\Delta L = L_2 - L_1 = 10.\,log\frac{I_2}{I_0} - 10.\,log\frac{I_1}{I_0} = 10.\log\frac{\frac{I_2}{I_0}}{\frac{I_1}{I_0}} \quad \Longrightarrow \quad \mathbf{\Delta L = 10.\log\frac{I_2}{I_1}}$$

Po dosazení: $\mathbf{\Delta L = 10.\log\frac{10^3 I_1}{I_1}} = 10.3\text{ dB} = 30\text{ dB}$

b) Jak určit hodnotu této intenzity?

Vyjdeme ze základního vztahu: $L = 10.\,log\frac{I}{I_0}$

Po dosazení:

$$30 = 10.\,log\frac{I}{10^{-12}} \Longrightarrow \log I.10^{12} = 3 \Longrightarrow I.10^{12} = 10^3 \Longrightarrow I = 10^{-9}\text{W.m}^{-2} = 10\text{ nW.m}^{-2}$$

Elektrický náboj a el. pole

1. Na skleněné tyči, kterou jsme třeli kůží, vznikl náboj 80 nC. Kolik elektronů přešlo z tyče na kůži? Jak se zmenšila hmotnost skleněné tyče při tomto ději?

Řešení:

$Q = 90\ nC = 90.10^{-9}\ C$, $e = 1{,}6\ .\ 10^{-19}\ C$, $m_e = 9{,}1.10^{-31}\ kg$

Obrázek 6

Při tření tyče, která se nabila kladně, došlo k tomu, že na kůži přešlo n volných elektronů. Na tyči převládl kladný náboj protonů, jejichž náboj je stejný jako náboj elektronů, ale má kladnou hodnotu. Velikost tohoto náboje se nazývá elementární náboj a pro jeho velikost platí: **$e = 1{,}6\ .\ 10^{-19}\ C$**

$\Longrightarrow$ pro celkový náboj tyče platí: $Q = n.e \Longrightarrow \mathbf{n = \frac{Q}{e}}$

Po dosazení: $n = \frac{90.10^{-9}}{1{,}6.10^{-19}} = 56{,}25\ .\ 10^{10}$

Tím získala tyč kladný náboj a její hmotnost se zmenšila o hmotnost uvolněných elektronů.

$\mathbf{\Delta m = n\ .\ m_e}$

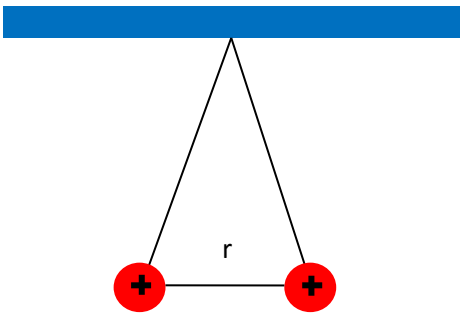
Po dosazení: $\Delta m = 56{,}25\ .\ 10^{10}.\ 9{,}1.\ 10^{-31}kg = 512\ .\ 10^{-21}kg = 5{,}12.\ 10^{-19}kg$

Pozn: Víte, kdo je na obrázku? Charles Augustin Coulomb (1736-1806).

2. Dva stejné náboje o velikosti 6.10^{-8} C se odpuzují ve vzduchu ($k = 9.10^{9} N.m^{2}C^{-2}$) silou 4.10^{-4} N. Jaká je mezi nimi vzdálenost?

Řešení:

$Q_1 = Q_2 = Q = 90\ nC = 9.10^{-8}\ C$, $F = 4.10^{-4}\ N$, $r = ?\ m$



Velikost elektrických sil, kterými na sebe působí dva bodové náboje, je dána Coulombovým zákonem:

$$F_e = k\ .\frac{|Q_1\ .\ Q_2|}{r^2}$$

Náboje stejného znaménka se odpuzují, náboje opačného znaménka se přitahují.

Konstanta úměrnosti k závisí na prostředí, ve kterém se náboje nacházejí. Obecně je vyjádřena vztahem:
$k = \frac{1}{4.\pi.\varepsilon} = \frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0.\varepsilon_r}$

kde ε udává permitivitu prostředí, pro kterou platí: $\varepsilon = \varepsilon_0 \,.\, \varepsilon_r$ $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}\ N.m^2C^{-2}$ je permitivita vakua, ε_r je relativní permitivita prostředí

Pro vakuum (přibližně i pro vzduch) platí: $k = \frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0} = \frac{1}{4.\pi.8{,}85.10^{-12}} = 9.10^9\ C^2N^{-1}m^{-2}$

Pro náš příklad platí $Q_1 = Q_2 = Q \Longrightarrow$ Coulombův zákon lze psát ve tvaru:

$$F_e = k\,.\frac{Q^2}{r^2} \Longrightarrow r^2 = k\,.\frac{Q^2}{F_e} \Longrightarrow \mathbf{r} = \sqrt{\mathbf{k}\,.\frac{\mathbf{Q^2}}{\mathbf{F_e}}}$$

Po dosazení: $r = \sqrt{9.10^9\,.\frac{(9.10^{-8})^2}{4.10^{-4}}} = \sqrt{\frac{9.81.10^{-7}}{4.10^{-4}}} = 0{,}427\ m = 42{,}7\ cm$

3. Mezi dvěma kladnými bodovými náboji Q_1 a Q_2 umístěnými ve vzdálenosti 2 cm působí v prostředí s ε_{r1} síla F_{e1}. Oba náboje přemístíme do prostředí s ε_{r2}. Do jaké vzdálenosti musíme přemístit bodové náboje, aby se velikost elektrostatické síly nezměnila?

Řešení:

Q_1, Q_2, r_1 = 2 cm, r_2 = ?

Velikost elektrických sil, kterými na sebe působí dva bodové náboje, je dána Coulombovým zákonem:

$$F_e = k\,.\frac{|Q_1.Q_2|}{r^2},\ k = \frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0.\varepsilon_r} \Longrightarrow F_e = \frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0.\varepsilon_r}\,.\frac{|Q_1.Q_2|}{r^2} \Longrightarrow r = \sqrt{\frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0.\varepsilon_r}\,.\frac{|Q_1.Q_2|}{F}}$$

Ze zadání příkladu musí platit: $F_{e1} = F_{e2} \Longrightarrow \frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0.\varepsilon_{r1}}\,.\frac{|Q_1.Q_2|}{r_1^2} = \frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0.\varepsilon_{r2}}\,.\frac{|Q_1.Q_2|}{r_2^2} \Longrightarrow \frac{1}{\varepsilon_{r1}}\,.\frac{1}{r_1^2} = \frac{1}{\varepsilon_{r2}}\,.\frac{1}{r_2^2}$

$$\Longrightarrow \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}} \Longrightarrow \mathbf{r_2 = r_1.\sqrt{\frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}}}$$

Po dosazení: $r_2 = 2.\sqrt{\frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}}\ cm$

4. Dva stejné náboje $Q_1 = Q_2 = 10^{-7}C$ se ve vakuu odpuzují silou 5 N. Jak je třeba změnit vzdálenost mezi náboji, aby se stejnou silou odpuzovaly i v petroleji ($\varepsilon_{r2} = 2$)?

Řešení:

$Q_1 = Q_2 = 10^{-7}C$, F = 5 N, $\varepsilon_{r1} = 1$, $\varepsilon_{r2} = 2$

Pro řešení příkladu použijeme vztahy pro Coulombův zákon, které jsme uvedli v minulém příkladu:

$$F_e = k\,.\frac{Q^2}{r^2},\ k = \frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0.\varepsilon_r} \Longrightarrow F_e = \frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0.\varepsilon_r}\,.\frac{Q^2}{r^2};\ F_{e1} = F_{e2} = F$$

Z Coulombova zákona si vyjádříme vzdálenosti mezi náboji v obou případech:

$$r_1 = \sqrt{\frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0.\varepsilon_{r1}} \cdot \frac{Q^2}{F}} \qquad r_2 = \sqrt{\frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0.\varepsilon_{r2}} \cdot \frac{Q^2}{F}}$$

Vyjádříme si rozdíl mezi vzdálenostmi nábojů v obou případech:

$$r_1 - r_2 = \sqrt{\frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0.\varepsilon_{r1}} \cdot \frac{Q^2}{F}} - \sqrt{\frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0.\varepsilon_{r2}} \cdot \frac{Q^2}{F}} \Longrightarrow \quad \mathbf{r_1 - r_2 = \frac{Q}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi.\varepsilon_0.F}} \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_{r1}}} - \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_{r2}}}\right)}$$

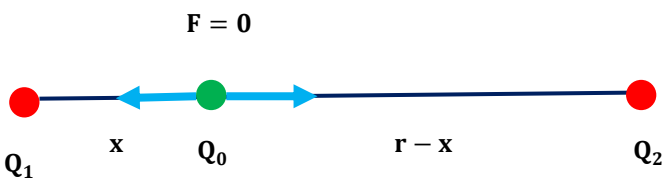
Po dosazení: $r_1 - r_2 = \frac{10^{-7}}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{3{,}14.8{,}85.10^{-12}.5}} \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{1}} - \sqrt{\frac{1}{2}}\right) = 1{,}2.10^{-3}\,\text{m} = 1{,}2\ \text{mm}$

$\Longrightarrow$ Vzdálenost mezi náboji musíme zmenšit o 1,2 mm.

5. Dva kladné bodové náboje $Q_1, Q_2 = 5.Q_1$ jsou pevně umístněné ve dvou bodech vzdálených od sebe 8 cm. Určete, kde je třeba na přímce spojující oba body umístit třetí náboj Q_0, aby na něj nepůsobila žádná elektrická síla.

Řešení:

$\mathbf{Q_1, Q_2 = 5.Q_1}$ **, r = 8 cm =** $\mathbf{8.10^{-2}}\boldsymbol{m}$



Je lhostejné, je-li náboj Q_0 kladný nebo záporný. Vyznačené síly, působící na tento náboj budou buď přitažlivé, nebo odpudivé. Proto nelze do obrázku tyto síly označit. Podstatné je to, že musí být stejné!
$\Longrightarrow F_{e1} = F_{e2}$

Podle Coulombova zákona platí: $F_{e1} = k.\frac{|Q_1.Q_0|}{x^2} \qquad F_{e2} = k.\frac{|Q_2.Q_0|}{(r-x)^2} = k.\frac{|5.Q_1.Q_0|}{(r-x)^2}$

$F_{e1} = F_{e2} \Longrightarrow k.\frac{|Q_1.Q_0|}{x^2} = k.\frac{|5.Q_1.Q_0|}{(r-x)^2} \Longrightarrow \mathbf{(r-x)^2 = 5.x^2}$

Pro přehlednější výpočet této kvadratické rovnice dosadíme známou vzdálenost mezi náboji r = 8 cm. Pokud vyjádříme tuto vzdálenost v centimetrech, vyjde i výsledek v centimetrech.

$(8-x)^2 = 5.x^2 \Longrightarrow 64 - 16.x + x^2 = 5.x^2 \Longrightarrow \underline{4.x^2 + 16.x^2 - 64 = 0}$

Po vyřešení kvadratické rovnice získáme dva kořeny: x_1 = 2,47 cm, x_2 = - 6,16 cm ; je zřejmé, že záporný kořen rovnice našemu příkladu nevyhovuje.

$\Longrightarrow$ náboj Q_0 musíme umístit do vzdálenosti 2,47 cm od náboje Q_1. Je lhostejné, je-li náboj Q_0 kladný nebo záporný.

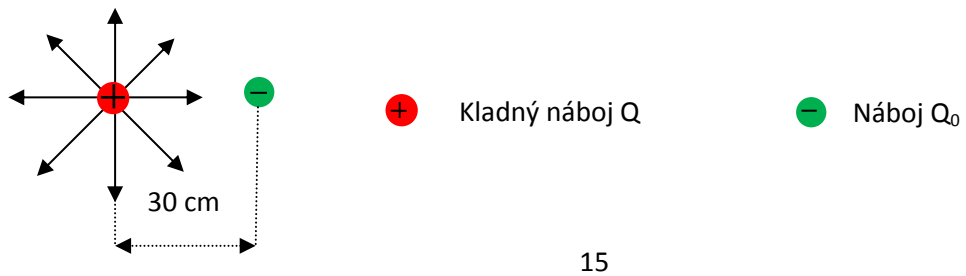
6. V určitém bodě elektrického pole kladného bodového náboje Q (ve vakuu) působí na náboj Q_0 = 40 nC síla Fe = 10^{-4}N. Určete:

a) intenzitu elektrického pole v tomto bodě,

b) velikost náboje Q vzdáleného od Q_0 30 cm.

Řešení:

$\mathbf{Q_0 = 40\ nC = 40.10^{-9}C = 4.10^{-8}C}$, $\mathbf{F_e = 10^{-4}N}$ **, r = 30 cm =** $\mathbf{3.10^{-1}}\boldsymbol{m}$ **,** $\boldsymbol{k} = \mathbf{9.10^9}\ \boldsymbol{C^2.N^{-1}.m^{-2}}, \boldsymbol{Q} = ?$



a) Z definičního vztahu pro intenzitu elektrického pole platí: $\mathbf{E} = \frac{F_e}{Q_0}$

Po dosazení: $E = \frac{10^{-4}}{4.10^{-8}}\, N.C^{-1} = 0{,}25.10^4\, N.C^{-1} = 2500\, N.C^{-1} = 2{,}5\, kN.C^{-1}$

Pozn. V praxi se používá jako jednotka intenzity elektrického pole častěji jednotka $V.m^{-1} \Longrightarrow \mathrm{E} = 2{,}5\ \mathrm{kV.m^{-1}}$

b) Dosadíme-li do vztahu $\mathrm{E} = \frac{F_e}{Q_0}$ *Coulombův zákon*: $F_e = k\,.\frac{|Q\,.Q_0|}{r^2} \Longrightarrow \mathrm{E} = \frac{k\,.\frac{|Q\,.Q_0|}{r^2}}{Q_0} \Longrightarrow E = \frac{k.|Q|}{r^2}$

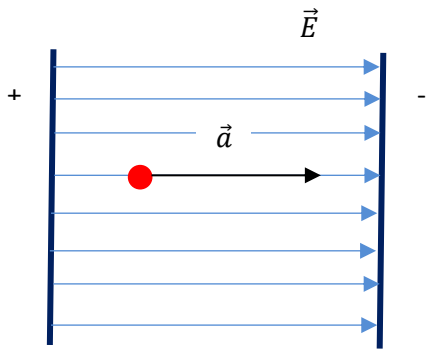
$\Longrightarrow \mathbf{Q} = \frac{E.r^2}{k}$

Po dosazení: $Q = \frac{0{,}25.10^4.(3.10^{-1})^2}{9.10^9}\ \mathrm{C} = 25.10^{-9}\mathrm{C} = 25\ \mathrm{nC}$

7. Malá částice, která má hmotnost 1 mg a náboj 0,4 nC, je na začátku v klidu. S jakým zrychlením se bude pohybovat v homogenním elektrickém poli o intenzitě 20 kV.m^{-1} ? Jakou dráhu urazí za 0,2 s ve vakuu? Tíhovou sílu působící na částici nebudeme uvažovat.

Řešení:

$\mathbf{m = 1\ mg = 10^{-6}kg, Q_0 = 0{,}4\ nC = 4.10^{-10}C, E = 20.10^3\ V.m^{-1} = 2.10^4\ V.m^{-1}, t = 0{,}2\ s, g = 10\ m.s^{-2}}$ **, a = ? ,** $\mathbf{s} = ?$



Síla, která způsobuje zrychlený pohyb částice, je síla elektrická, pro kterou platí vztah: $F_e = E\,.Q_0$.

Podle druhého Newtonova pohybového zákona platí pro velikost výslednice síly, která způsobuje pohyb se zrychlením a : F = m . a

$F = F_e \Longrightarrow m.a = E.Q_0 \Longrightarrow \mathbf{a} = \frac{E.Q_0}{m}$

Po dosazení: $a = \frac{2.10^4.4.10^{-10}}{10^{-6}}\, m.s^{-2} = 8\, m.s^{-2}$

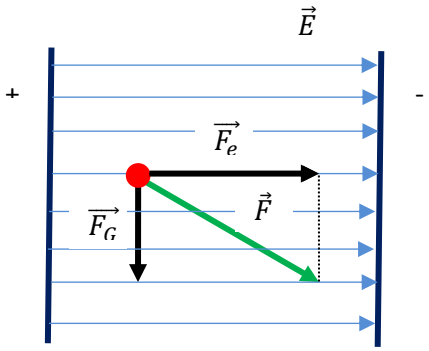
Pro dráhu rovnoměrně zrychleného pohybu platí: $\mathbf{s} = \frac{1}{2}\,.\mathbf{a}\,.\mathbf{t}^2$

Po dosazení: $s = \frac{1}{2}.8\,.0{,}2^2\, m = 0{,}16\, m = 16\, cm$

8. Malá částice, která má hmotnost 0,01 mg a náboj 10 nC, je umístěna v homogenním gravitačním a elektrickém poli, jehož siločáry mají vodorovný směr. Částice se začne pohybovat s nulovou počáteční rychlostí a za 4s získá rychlost o velikosti 50 m.s^{-1}. Určete velikost intenzity elektrického pole. (g = 10 m.s^{-2})

Řešení:

$\mathbf{m = 0{,}01\ mg = 10^{-8}kg, Q_0 = 10\ nC = 10^{-8}C, t = 4\ s, v = 50\ m.s^{-1}, g = 10\ m.s^{-2}}$ **, E = ?**



Na částici, která je v homogenním gravitačním a elektrickém poli, působí:

- Tíhová síla o velikosti $\mathrm{F_G} = \mathrm{m.g}$; působí svisle dolů
- Elektrická síla o velikosti $\mathrm{F_e} = \mathrm{Q.E}$; působí vodorovně

Pro velikost výslednice těchto sil platí:

$$F = \sqrt{F_G^2 + F_e^2} = \sqrt{m^2g^2 + Q^2E^2}$$

Tato síla uděluje částici stálé zrychlení. Částice se pohybuje rovnoměrně

zrychleně ve směru této výslednice F a podle druhého Newtonova pohybového zákona platí:

F = m . a

$\Longrightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{\sqrt{m^2g^2+Q^2E^2}}{m}$

Pro velikost zrychlení platí samozřejmě vztah pro rovnoměrně zrychlený pohyb: $a = \frac{v}{t}$

Porovnáním obou vztahů a dalšími úpravami můžeme vyjádřit velikost intenzity homogenního elektrického pole:

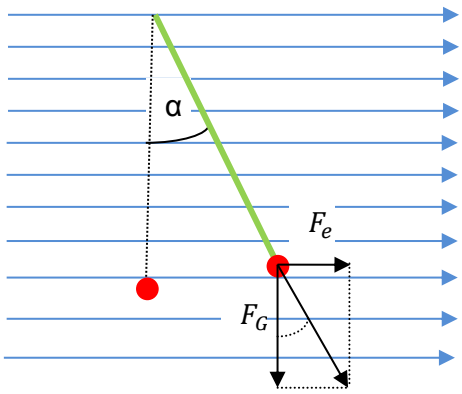
$$\frac{\sqrt{m^2g^2+Q^2E^2}}{m} = \frac{v}{t} \Longrightarrow \frac{m^2g^2+Q^2E^2}{m^2} = \frac{v^2}{t^2} \Longrightarrow g^2 + \frac{Q^2E^2}{m^2} = \frac{v^2}{t^2} \Longrightarrow \frac{Q^2E^2}{m^2} = \frac{v^2}{t^2} - g^2 \Longrightarrow \mathbf{E = \frac{m}{Q}.\sqrt{\frac{v^2}{t^2} - g^2}}$$

Po dosazení: $E = \frac{10^{-8}}{10^{-8}}.\sqrt{\frac{50^2}{4^2} - 10^2}$ V.m^{-1} = 7,5 V.m^{-1}

9. Kulička, která má hmotnost 0,3 g a náboj 0,6μC, je zavěšená na niti a umístěná v homogenním elektrickém poli o intenzitě 5 kV.m^{-1}, jehož siločáry mají vodorovný směr. Elektrická síla vychýlí kuličku se závěsem ve směru elektrických siločar. Určete, o jaký úhel se odchýlí od svislého směru.

Řešení:

$\mathbf{m = 0,3\ g = 3.10^{-3}kg, Q_0 = 0,6\ \mu C\ = 6.10^{-7}C, E = 5\ .10^3\ V.m^{-1}, g = 10\ m\ .s^{-2}}$



Na kuličku působí elektrická a tíhová síla. Výslednice těchto sil má směr prodloužení závěsu kuličky.

Z obrázku vyplývá: $tg\ \alpha = \frac{F_e}{F_G} \Longrightarrow \mathbf{tg\ \alpha = \frac{E.Q}{m.g}}$

Po dosazení: $tg\ \alpha = \frac{5\ .10^3.6.10^{-7}}{3.10^{-3}.10} = 1$

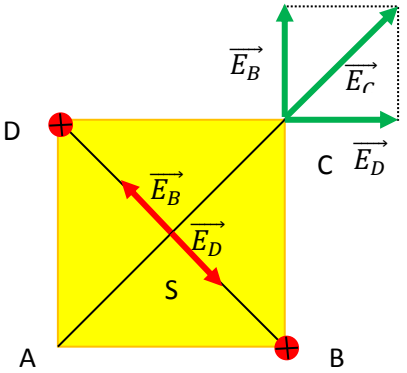
$\Longrightarrow \alpha = 45°$

10. Je dán čtverec ABCD o straně a = 30 cm. Ve vrcholech B, D jsou umístěny dva kladné bodové náboje o velikosti 20nC. Určete velikost intenzity elektrického pole:

a) středu čtverce, b) ve vrcholu C. Předpokládáme, že daná situace se odehrává na vzduchu.

Řešení:

$\mathbf{a = 30\ cm = 3.10^{-1}m\ ,\ \ Q = 20\ nC\ = 2.10^{-8}C\ ,\ k = 9.10^9\ C^2N^{-1}m^{-2}}$



a) Z obrázku vyplývá:

$\overrightarrow{E_S} = \overrightarrow{E_B} + \overrightarrow{E_D}$; *pro velikost intenzity ve středu čtverce platí*

$E_S = 0\ V.m^{-1}$

b) $E_C{}^2 = E_B{}^2 + E_D{}^2 \Longrightarrow E_C = \sqrt{E_B{}^2 + E_D{}^2}$

Ze zadání vyplývá, že platí: $E_B = E_D$

$\Longrightarrow E_C = \sqrt{2.E_B{}^2} = E_B.\sqrt{2}\ ,\ E_B = k.\frac{Q}{a^2}$

$\Longrightarrow \mathbf{E_C = k.\frac{Q}{a^2}.\sqrt{2}}$

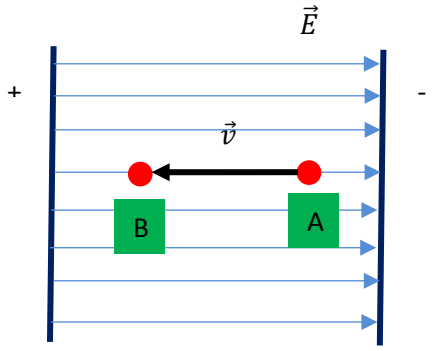
Po dosazení: $E_C = 9.10^9.\frac{2.10^{-8}}{(3.10^{-1})^2}.\sqrt{2}\,V.m^{-1} = 2800\,V.m^{-1} = 2{,}8\,kV.m^{-1}$

Směr výsledné intenzity je zřejmý z obrázku.

11. Jakou rychlost získá elektron při přechodu potenciálním rozdílem 100 V?

Řešení:

$e = 1{,}6.10^{-19}$ C, $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg, $\Delta\varphi = U = 100$ V $= 10^2$ V, $v = ?$



Mezi body A, B je rozdíl potenciálů, tj. napětí, 100V. Elektrické pole vykoná při přemístění elektronu z bodu A do bodu B práci $W = e.U$

Elektron získá rychlost $\vec{v}$ a tím také kinetickou energii $E_k = \frac{1}{2}.m_e.v^2$

Ze zákona zachování energie platí: $W = E_k \Longrightarrow$

$$\Longrightarrow e.U = \frac{1}{2}.m_e.v^2 \Longrightarrow v^2 = \frac{2.e.U}{m_e} \Longrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2.e.U}{m_e}}$$

e je elementární elektrický náboj elektronu (e = $1{,}6.10^{-19}$ C);

m_e je hmotnost elektronu (me = $9{,}1.10^{-31}$ kg)

Po dosazení:

$$v = \sqrt{\frac{2.1{,}6.10^{-19}.10^2}{9{,}1.10^{-31}}}\,m.s^{-1} = \sqrt{\frac{3{,}2}{9{,}1}.10^{14}}\,m.s^{-1} \doteq 0{,}59.10^7 m.s^{-1} = 5{,}9.10^6 m.s^{-1}$$

Pozn. Je zajímavé, že elektron by v elektrickém poli mohl získat rychlost, která se rovná rychlosti světla ($c = 3.10^8 m.s^{-1}$). .Jaké napětí by muselo být mezi body A, B? Z řešení příkladu vyplývá:

$e.U = \frac{1}{2}.m_e.c^2 \Longrightarrow U = \frac{m_e.c^2}{2.e}$

Po dosazení: $U = \frac{9{,}1.10^{-31}.(3.10^8)^2}{2.1{,}6.10^{-19}}$ V = $25{,}59.10^4$V $\doteq 256$ kV

A toto napětí je v reálném životě dostupné!!!

Ale my víme, že se zvyšující se rychlostí elektronu se zvyšuje také jeho hmotnost podle Einsteinova vztahu ze speciální teorie relativity $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ $\Longrightarrow$ Elektron nikdy nepřesáhne svou rychlostí rychlost světla!

12. Částice α vletěla do homogenního elektrického pole rychlostí $2.10^6 m.s^{-1}$. Částice se zastavila po přeletění dráhy 3m.

a) Jak velký potenciální rozdíl částice překonala?

b) Jakou velikost má intenzita elektrického pole?

Řešení:

$v = 2.10^6\ m.s^{-1}$, $s = 3$ m, $U = ?$, $E = ?$

Pro vyřešení použijeme stejné vztahy jako v předcházejícím příkladu. Potřebujeme ale nejdříve vypočítat hmotnost a náboj α částice. Víme, že α částice je vlastně jádro helia ^4_2He, které obsahuje dva protony a dva nukleony.

Pro jejich hmotnost přibližně platí: $m_p \doteq m_n = 1{,}67.10^{-27} kg$

$\Longrightarrow$ hmotnost α částice: $m_\alpha = 4.1{,}67.10^{-27} kg = 6{,}68.10^{-27} kg$

Elektrický náboj má pouze proton: $Q_p = +e = +1{,}6.10^{-19} C$

$\Longrightarrow$ náboj α částice: $Q_\alpha = +2.1{,}6.10^{-19} C = +3{,}2.10^{-19} C$

a) Jak velký potenciální rozdíl částice překonala?

$$Q_\alpha . U = \frac{1}{2} . m_\alpha . v^2 \Longrightarrow \mathbf{U} = \frac{m_\alpha . v^2}{2.Q_\alpha}$$

Po dosazení: $\mathrm{U} = \frac{6{,}68.10^{-27}.(2.10^6)^2}{2.3{,}2.10^{-19}}\ \mathrm{V} = 4{,}175.10^4\mathrm{V} \doteq 42\ \mathrm{kV}$

b) Jakou velikost má intenzita elektrického pole?

Při přemístění α částice koná elektrické pole práci $\mathrm{W} = \mathrm{F_e}.\mathrm{s} = \mathrm{E}.\mathrm{Q}_\alpha.\mathrm{s} \Longrightarrow \mathrm{E} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{Q}_\alpha.\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{Q}_\alpha.\mathrm{U}}{\mathrm{Q}_\alpha.\mathrm{s}}$

$$\Longrightarrow \mathbf{E} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{s}}$$

Po dosazení: $\mathrm{E} = \frac{4{,}175.10^4}{3}\ \mathrm{V.m^{-1}} = 1{,}39.10^4\ \mathrm{V.m^{-1}} \doteq 14\ \mathrm{kV.m^{-1}}$

Pozn. Částice α se v homogenním elektrickém poli zastavila, pohybovala se proti směru intenzity elektrického pole. Uvedaná dráha α částice byla vlastně brzdnou dráhou. Z učiva kinematiky známe vztah pro brzdnou dráhu:

$$s_b = \frac{v_0^2}{2.a}$$

Z tohoto vztahu můžeme zjistit zrychlení částice: $\mathbf{a} = \frac{\mathbf{v_0^2}}{\mathbf{2.s_b}}$

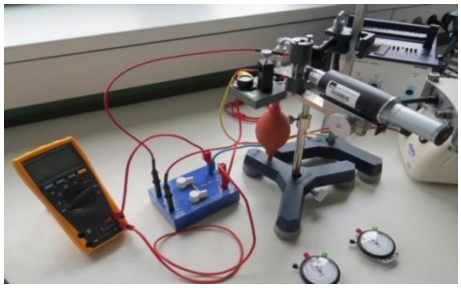
Po dosazení: $\mathrm{a} = \frac{(2.10^6)^2}{2.3}\mathrm{m.s^{-2}} = 2.10^{12}\mathrm{m.s^{-2}}$

13. Mezi deskami nabitého kondenzátoru se vznáší záporně nabitá olejová kapka hmotnosti 10^{-13}kg . Desky kondenzátoru mají vzdálenost 4,8 mm a napětí mezi nimi je 1 kV.
a) Jaký je náboj kapky? b) Kolik nadbytečných elektronů má záporně nabitá kapka? c) Kolik elektronů ztratí, jestliže se začne pohybovat dolů se zrychlením o velikosti 5 $\mathrm{m.s^{-2}}$?

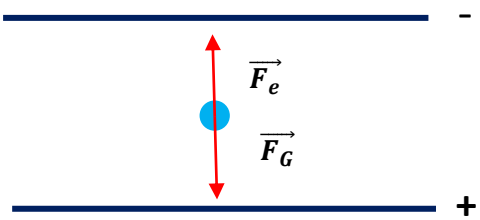
Řešení:

$\mathbf{m = 10^{-13}kg,\ d = 4{,}8cm = 4{,}8.10^{-3}m,\ U = 1\ kV = 10^3\ V,\ g = 10\ m.s^{-2}}$

Obrázek 7



Obrázek 8



Úloha ukazuje princip historicky významného pokusu amerického fyzika R. A. Millikana (obrázek 7), kterým v roce 1909 poprvé změřil hodnotu elementárního náboje e. Současně ukazuje, že každý elektrický náboj je vždy celistvým násobkem tohoto elementárního náboje e. Na obrázku 8 je již moderní aparatura tohoto pokusu. Olejovými kapičkami jsou zde kapky ricinového oleje, vstřikované mezi desky kondenzátoru pomocí rozprašovače (červený balónek).

a) Na kapku působí dvě síly. Elektrická – směrem nahoru a tíhová – směrem dolů. Poněvadž se kapka vznáší, je velikost těchto sil stejná $\Longrightarrow \quad F_e = F_G \quad \Longrightarrow \quad Q.E = m.g \quad \Longrightarrow \quad Q.\frac{U}{d} = m.g \quad \Longrightarrow \quad \mathbf{Q} = \frac{\mathbf{m.g.d}}{\mathbf{U}}$

Po dosazení: $Q = \frac{10^{-13}.10.4{,}8.10^{-3}}{10^3}\ C = 4{,}8.10^{-18}C$

b) Počet nadbytečných elektronů vytvářejících záporný náboj kapky je: $\mathbf{n = \frac{Q}{e}}$

Po dosazení: $n = \frac{4{,}8.10^{-18}}{1{,}6.10^{-19}} = 30$

c) Jestliže se kapka začne pohybovat dolů, je jasné, že se velikost elektrické síly snížila. Z toho usuzujeme, že kapka ztratila n_1 elektronů; její náboj se zmenšil. Výslednice sil, které působí na kapku, má nyní směr dolů a pro její velikost platí $F = F_G - F_e$; podle druhého Newtonova pohybového zákona zároveň platí pro její velikost:

$F = m.a \implies F_G - F_e = m.a \implies m.g - F_e = m.a$

Pro výpočet použijeme vztahy z a): $F_e = Q.E = Q.\frac{U}{d}$

Náboj kapky je ale nyní: $Q = (n - n_1).e$; n_1 udává počet ztracených elektronů

$\implies m.g - F_e = m.a \implies m.g - Q.\frac{U}{d} = m.a \implies m.g - (n - n_1).e\ .\frac{U}{d} = m.a \implies (n - n_1).e\ .\frac{U}{d} = m.(g - a)$

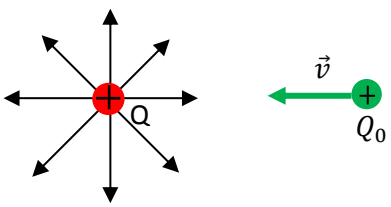
$\implies (n - n_1) = \frac{d.m.(g-a)}{U.e} \implies \mathbf{n_1 = n - \frac{d.m.(g-a)}{U.e}}$

Po dosazení: $n_1 = 30 - \frac{4{,}8.10^{-3}.10^{-13}.(10-5)}{10^3.\ 1{,}6.10^{-19}} = 15$

14. Kulička s hmotností 40 mg nabitá kladným nábojem 10^{-9}C se pohybuje rychlostí 10 cm.s^{-1}. Na jakou minimální vzdálenost se kulička může přiblížit ke kladnému bodovému náboji $1{,}33.10^{-9}$C?

Řešení:

$m = 40.10^{-6}$ kg $= 4.\ 10^{-5}$ kg , $Q_0 = 10^{-9}$ C, $v = 10$ cm.s^{-1} $= 10^{-1}$ m.s^{-1} , $Q = 1{,}33.10^{-9}$ C, $\mathbf{k = 9.10^9\ C^2.N^{-1}.m^{-2}}$



Potenciální energie kuličky v hledaném místě musí být podle zákona zachování energie rovna její kinetické energii:

$$E_p = Q_0.\varphi = Q_0.\frac{k.Q}{r} \qquad E_k = \frac{1}{2}.m.v^2$$

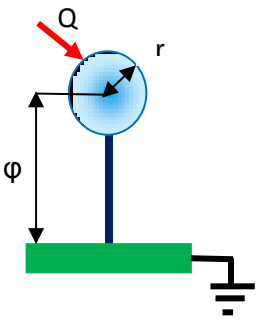
$$\implies Q_0.\frac{k.Q}{r} = \frac{1}{2}.m.v^2 \implies \mathbf{r = \frac{2.k.Q_0.Q}{m.v^2}}$$

Po dosazení: $r = \frac{2.9.10^9.10^{-9}.1{,}33.10^{-9}}{4.10^{-5}.(10^{-1})^2}\ m = 5{,}99.10^{-2}m \doteq 6\ cm$

15. Určete poloměr a kapacitu koule, která by se nábojem 1 μC nabila na potenciál 1000V vzhledem k Zemi.

Řešení:

$\mathbf{Q = 1\ \mu C = 10^{-6}C, \varphi = 1000\ V = 10^3 V, \varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}C^2.N^{-1}.m^2}$



Pro potenciál kulového vodiče platí (viz příklad 14):

$$\varphi = \frac{E_p}{Q_0} = \frac{F_e.r}{Q_0} = \frac{k.\frac{|Q_0.Q|}{r^2}.r}{Q_0} = \frac{k.Q}{r} \implies \mathbf{r = \frac{k.Q}{\varphi}}$$

Kde pro konstantu k platí (viz př.2): $k = \frac{1}{4.\pi.\varepsilon_0} = \frac{1}{4.\pi.8{,}85.10^{-12}} \doteq 9.10^9\ C^2N^{-1}m^{-2}$

Po dosazení: $r = \frac{9.10^9\,.\,10^{-6}}{10^3}\ m = 9\ m$

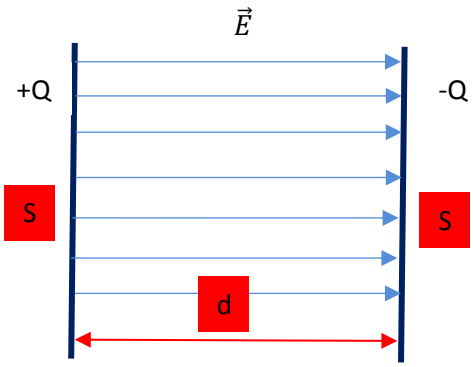
Pro kapacitu osamoceného vodiče platí obecně vztah: $\mathbf{C = \frac{Q}{\varphi}}$

Po dosazení: $C = \frac{10^{-6}}{10^3}\ F = 10^{-9}\ F = 1\ nF$

16. Určete relativní permitivitu dielektrika v rovinném deskovém kondenzátoru, jsou-li jeho desky o ploše 1000 cm^2 od sebe vzdálené 0,1 mm a kondenzátor se nábojem 17,7.10^{-6} C nabije na 100 V.

Řešení:

$\mathbf{S = 10^3\ cm^2 = 10^{-1}m^2, d = 0,1\ mm = 10^{-4}m, Q = 17,7.10^{-6}C, U = 100\ V, \varepsilon_0 = 8,85.10^{-12}C^2}$



Pro kapacitu deskového kondenzátoru platí obecný vztah:

$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{E.d} \Longrightarrow E = \frac{Q}{C.d}$

Podle předcházejícího příkladu pro plošnou hustotu náboje na kouli

platí vztah: $\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{4.\pi.r^2} = E.\varepsilon \Longrightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\frac{Q}{S}}{\varepsilon} = \frac{Q}{S.\varepsilon}$

Porovnáním obou vztahů pro intenzitu elektrického pole mezi deskami kondenzátoru získáme známý vztah pro kapacitu deskového kondenzátoru:

$$\frac{Q}{C.d} = \frac{Q}{S.\varepsilon} \Longrightarrow C = \varepsilon.\frac{S}{d}$$

kde ε udává permitivitu prostředí, pro kterou platí: $\varepsilon = \varepsilon_0\,.\,\varepsilon_r$ $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}\ N.m^2C^{-2}$ je permitivita vakua, ε_r je relativní permitivita prostředí

Z výše uvedených vztahů již snadno získáme relativní permitivitu dielektrika deskového kondenzátoru:

$C = \frac{Q}{U} = \varepsilon_0\varepsilon_r\frac{S}{d} \Longrightarrow \mathbf{\varepsilon_r = \frac{Q.d}{\varepsilon_0.U.\ S}}$

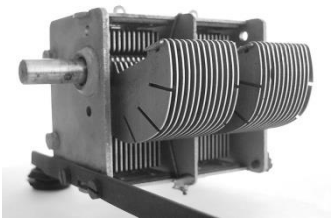
Po dosazení: $\varepsilon_r = \frac{17{,}7.10^{-6}.\ 10^{-4}}{8{,}85.10^{-12}.100.\ 10^{-1}} \doteq 20$

17. Deskový kondenzátor se vzduchovým dielektrikem je připojen ke zdroji napětí 6 V. Prostor mezi deskami kondenzátoru má objem 300 cm^3. Intenzita homogenního elektrického pole mezi deskami kondenzátoru má hodnotu 200 V.m^{-1}. Určete kapacitu tohoto kondenzátoru. Jak se změní kapacita kondenzátoru, jestliže:

a) zdroj bude mít trojnásobnou hodnotu napětí, b) intenzita elektrického pole se sníží na polovinu.

Řešení:

$\boldsymbol{U = 6V, V = 300\ cm^3 = 3.10^{-4}m^3, E = 200\ V.m^{-1}, \varepsilon_0 = 8,85.10^{-12}C^2.N^{-1}.m^2}$



Obrázek 9

Z příkladu 16 víme, že pro kapacitu deskového kondenzátoru platí vztah:

$C = \frac{Q}{U} = \varepsilon_0\varepsilon_r\frac{S}{d}$

Je-li dielektrikem vzduch , pak $\boldsymbol{\varepsilon_r = 1}$

$\Rightarrow\ C = \varepsilon_0\frac{S}{d}$

Z obrázku v příkladu 16 je jasné, že pro objem prostoru mezi rovnoběžnými

deskami kondenzátoru platí vztah: $V = S.d \Rightarrow S = \frac{V}{d}$

dále víme, že platí vztah mezi napětím a intenzitou el. pole: $U = E.d \Rightarrow d = \frac{U}{E}$

$$\Rightarrow C = \varepsilon_0 \frac{S}{d} = \varepsilon_0 \frac{\frac{V}{d}}{d} = \varepsilon_0 \frac{V}{d^2} = \varepsilon_0 \frac{V}{(\frac{U}{E})^2} \Rightarrow \mathbf{C} = \boldsymbol{\varepsilon_0} \frac{\mathbf{V.E^2}}{\mathbf{U^2}}$$

Po dosazení: $C = 8{,}85.10^{-12}.\frac{3.10^{-4}.200^2}{6^2}\ F \doteq 3.10^{-12}\ F = 3pF$

Odpovíme na další otázky:

a) Ze vztahu pro kapacitu kondenzátoru vidíme , že bude - li napětí zdroje 3x větší, bude kapacita deskového kondenzátoru 9x menší.

Označíme-li $\boldsymbol{C_0} = \varepsilon_0 \frac{V.E^2}{U_0{}^2}$, potom pro případ, že U = 3.U_0 platí $\boldsymbol{C} = \varepsilon_0 \frac{V.E^2}{U^2} = \varepsilon_0 \frac{V.E^2}{(3.U_0)^2} = \frac{1}{9}.\varepsilon_0 \frac{V.E^2}{U_0{}^2} = \frac{1}{9}.C_0$

b) Jestliže se intenzita el. pole sníží na polovinu, klesne kapacita kondenzátoru na čtvrtinu

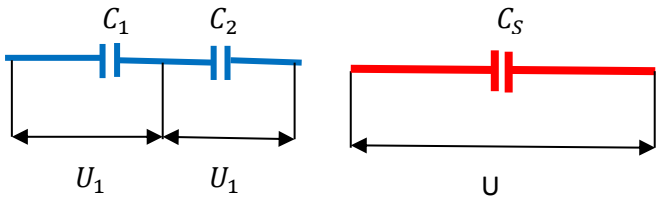
$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{V.(E_0)^2}{U^2} \Rightarrow C = \varepsilon_0 \frac{V.\left(\frac{E_0}{2}\right)^2}{U^2} = \frac{1}{4}.C_0$$

18. Dva kondenzátory o stejné kapacitě zapojíme sériově , a potom paralelně. Rozdíl výsledných kapacit obou zapojení je 3.10^{-6}F. Určete kapacitu jednotlivých kondenzátorů.

Řešení:

ΔC = 3.10^{-6}F

Sériové zapojení kondenzátorů:



Na deskách kondenzátorů je náboj stejné velikosti, který vznikl elektrostatickou indukcí.Pro uvedená napětí platí:

$$U = U_1 + U_2$$

Z předcházejících příkladů už víme, že pro kapacitu kondenzátoru platí vztah $C = \frac{Q}{U} \Rightarrow U = \frac{Q}{C}$

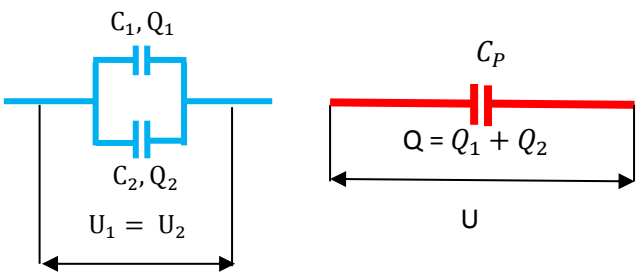
$$\Rightarrow U = c \Rightarrow \frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Pokud se jedná o sériové zapojení dvou kondenzátorů, je výhodné postupovat v úpravách ještě dále:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1.C_2} \Rightarrow C = \frac{C_1.C_2}{C_1 + C_2}$$

Pokud $C_1 = C_2$ = C, pak pro výslednou kapacitu sériového zapojení platí: $\mathbf{C_S} = \frac{\mathbf{C.C}}{\mathbf{C+C}} = \frac{\mathbf{C^2}}{\mathbf{2.C}} = \frac{\mathbf{C}}{\mathbf{2}}$

Paralelní zapojení kondenzátorů:



Z obrázku je zřejmé, že Q = $Q_1 + Q_2$a napětí na obou kondenzátorech jsou stejné.

$\Rightarrow Q = Q_1 + Q_2 \Rightarrow C.U = C_1.U + C_2.U$

Pro výslednou kapacitu paralelního zapojení platí: $\mathbf{C_P = C_1 + C_2}$

Pokud $C_1 = C_2$ = C, pak platí: $\mathbf{C_P = 2.C}$

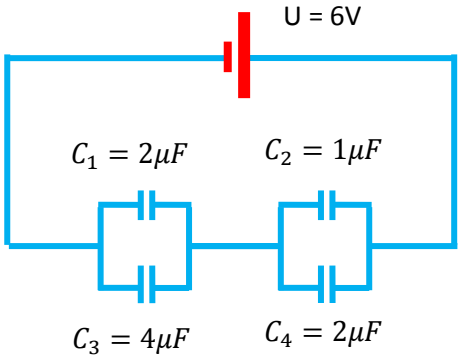
Je zřejmé, že při paralelním zapojení kondenzátorů je výsledná kapacita větší

$\Longrightarrow \Delta C = C_P - C_s = 2.C - \frac{C}{2} = \frac{3}{2}C \Longrightarrow \mathbf{C = \frac{2}{3}.\Delta C}$

Po dosazení: $C = \frac{2}{3}.3.10^{-6}\text{F} = 2\ \mu\text{F}$

19. Urči celkovou kapacitu, náboje a napětí na všech kondenzátorech u následujícího zapojení.

Řešení:



Kondenzátory C_1 a C_3 jsou zapojeny paralelně. Pro jejich výslednou kapacitu, podle předcházejícího příkladu 18, platí:

$C_{1,3} = C_1 + C_3$

Kondenzátory C_2 a C_4 jsou také zapojeny paralelně. Pro jejich výslednou kapacitu opět platí:

$C_{2,4} = C_2 + C_4$

Kondenzátory $C_{1,3}$ a $C_{2,4}$ jsou již zapojeny sériově. Pro jejich výslednou kapacitu, podle předcházejícího příkladu 18, platí:

$$C = \frac{C_{1,3}.C_{2,4}}{C_{1,3} + C_{2,4}} = \frac{(C_1 + C_3).(C_2 + C_4)}{(C_1 + C_3) + (C_2 + C_4)}$$

Po dosazení:

$C = \frac{(2+4)(1+2)}{(2+4)+(1+2)}\ \mu\text{F} = \frac{6.3}{9}\ \mu\text{F} = 2\ \mu\text{F}$

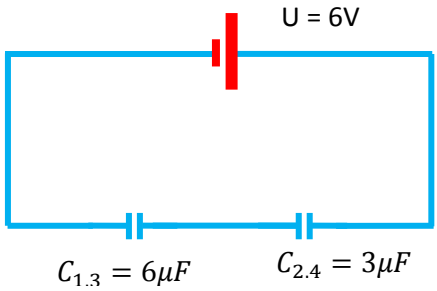
Ze známé hodnoty napětí zdroje a celkové kapacity zapojení můžeme vypočítat celkový náboj:

$$Q = C.U$$

Pro jednodušší počítání dosadíme konkrétní hodnoty:

$$Q = 2.10^{-6}.6\ C = 12.10^{-6}C = 12\mu C$$

Pro určení náboje a napětí na jednotlivých kondenzátorech zapojení si obvod zjednodušíme:



Z příkladu 18 už víme,že:

Na deskách sériově zapojených kondenzátorů je náboj stejné velikosti, který vznikl elektrostatickou indukcí.Pro uvedená napětí platí:

$$U = U_{1,3} + U_{2,4}\ ; \quad Q_{1,3} = Q_{2,4} = Q \Longrightarrow C_{1,3}.U_{1,3} = C_{2,4}.U_{2,4}$$
$$\Longrightarrow \frac{U_{1,3}}{U_{2,4}} = \frac{C_{2,4}}{C_{1,3}}$$

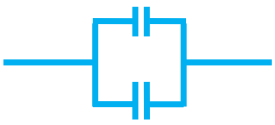
Po dosazení: $\mathbf{6 = U_{1,3} + U_{2,4} \wedge \frac{U_{1,3}}{U_{2,4}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}}$

Tuto soustavu rovnic vyřešíme, vzhledem k pěknému zadání, zpaměti. $U_{1,3} = 2\text{V}$; $U_{2,4} = 4\text{V} \Rightarrow$ Napětí na paralelně zapojených kondenzátorech je stejné

$\Longrightarrow \quad U_1 = 2\text{V}; \quad U_3 = 2\text{V}; \quad U_2 = 4\text{V}; \quad U_4 = 4\text{V}$

Jak určíme náboje na jednotlivých kondenzátorech?

$C_1 = 2\ \mu F; \quad U_1 = 2\ \text{V}$



$Q_1 + Q_3 = 12\ \mu\text{C}$

$C_3 = 4\ \mu F; \quad U_3 = 2\ \text{V}$

Opět nám pomůže příklad 18.

Už víme,že při paralelním zapojení kondenzátorů platí: Q = $Q_1 + Q_2$ a napětí na obou kondenzátorech jsou stejné $U_1 = U_2 \Longrightarrow \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \Longrightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C_1}{C_2}$;

Pro naše zapojení tedy po dosazení platí: $\mathbf{12\mu C = Q_1 + Q_3 \ \wedge \ \frac{Q_1}{Q_3} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}}$

$\mathbf{12\mu C = Q_2 + Q_4 \ \wedge \ \frac{Q_2}{Q_4} = \frac{1}{2}}$

Tuto soustavu rovnic vyřešíme, vzhledem k pěknému zadání, zpaměti.

$\Longrightarrow \quad Q_1 = 4\mu C; \quad Q_3 = 8\mu C; \quad Q_2 = 4\mu C; \quad Q_4 = 8\mu C$

20. Deskový kondenzátor bez dielektrika s deskami o plošném obsahu 500 cm^2 je nabit na napětí 300V. Vypočtěte práci vnějších sil potřebných na oddálení desek z původní vzdálenosti 1cm do vzdálenosti 3cm, jestliže při oddalování je kondenzátor odpojen od zdroje napětí.

Řešení:

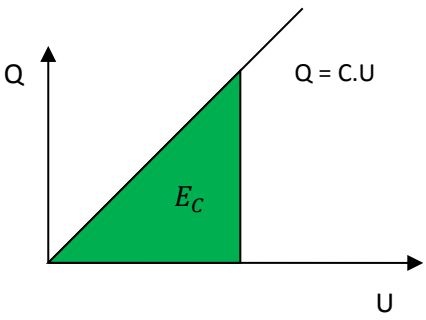
$\boldsymbol{S = 500\ cm^2 = 5.10^{-2} m^2, U = 300\ V, d_1 = 1\ cm = 10^{-2}\ m, d_2 = 3\ cm = 3.10^{-2}\ m, \quad \varepsilon_0 = 8,85.10^{-12} C^2.N^{-1}.m^2, W = ?}$

Na oddálení desek je třeba vykonat práci, neboť desky kondenzátoru mají nesouhlasné náboje, a proto se navzájem přitahují. Podle zákona zachování energie je velikost této práce rovna přírůstku energie kondenzátoru: W = $E_{c2} - E_{C1}$

Připomeňme si vztahy pro výpočet energie kondenzátoru:

Tyto vztahy si nebudeme pamatovat zpaměti! Nejrychlejší cesta k jejich objevení je pomocí grafu závislosti náboje na deskách kondenzátoru na napětí mezi deskami $\Longrightarrow$ Q = f(U)

Rovnice závislosti už známe: Q = C.U ; jedná se o rovnici lineární funkce; konkrétně přímé úměrnosti. Grafem této závislosti je polopřímka, procházející počátkem. Plocha pod grafem funkce vyjadřuje velikost energie nabitého kondenzátoru. Vypočítat obsah pravoúhlého trojúhelníka není problém:



$$E_C = \frac{1}{2}.Q.U = \frac{1}{2}.C.U^2 = \frac{1}{2}.\frac{Q^2}{C}$$

Při oddalování desek zůstává náboj na deskách stejný, proto pro naši potřebu použijeme vztah: $E_C = \frac{1}{2}.\frac{Q^2}{C}$

$$\Longrightarrow \quad W = E_{c2} - E_{C1} = \frac{1}{2}.\frac{Q^2}{C_2} - \frac{1}{2}.\frac{Q^2}{C_1} = \frac{Q^2}{2}.\left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1}\right)$$

Náboj na deskách kondenzátoru určíme z počátečních podmínek: $\Longrightarrow Q = C_1.U = \varepsilon_0.\frac{S}{d_1}.U$

$$\Longrightarrow \quad W = \frac{(\varepsilon_0.\frac{S}{d_1}.U)^2}{2}.\left(\frac{1}{\varepsilon_0.\frac{S}{d_2}} - \frac{1}{\varepsilon_0.\frac{S}{d_1}}\right) = \frac{\varepsilon_0.\frac{S}{d_1^2}.U^2}{2}.\left(\frac{1}{\frac{1}{d_2}} - \frac{1}{\frac{1}{d_1}}\right) = \frac{\varepsilon_0.\frac{S}{d_1^2}.U^2}{2}.(d_2 - d_1) \Longrightarrow \mathbf{W = \varepsilon_0.\frac{S}{2.d_1^2}.U^2.(d_2 - d_1)}$$

Po dosazení: $W = 8,85.10^{-12}.\frac{5.10^{-2}}{2.(10^{-2})^2}.300^2.(3.10^{-2} - 10^{-2})J = 8,85.10^{-12}.\frac{5.10^{-2}}{2.(10^{-2})^2}.300^2.2.10^{-2}\ J = 8,85.10^{-12}.\frac{5.10^{-2}}{(10^{-2})^1}.300^2 J = 8,85.10^{-12}.5.300^2\ J \doteq 3,98.10^{-6}\ J \doteq 4\ \mu J$

Elektrický proud v kovech

1. Urči náboj, který projde za 1s obvodem s žárovičkou, kterou prochází proud I = 0,3 A. Kolik elektronů při tom projde za 1s průřezem vodiče v libovolném místě?

Řešení:

$\mathbf{e} = \mathbf{1,6.10^{-19}}\ \boldsymbol{C}, \boldsymbol{I} = \mathbf{0,3}\ \boldsymbol{A}, \boldsymbol{t} = \mathbf{1}\boldsymbol{s}, \boldsymbol{N} = ?$

Pro velikost stejnosměrného proudu, který projde vodičem, platí: $I = \frac{Q}{t} = \frac{N.e}{t}$

$\Longrightarrow \quad \mathbf{Q = I\,.\,t}$

$\Longrightarrow \quad \mathbf{N = \frac{I\,.\,t}{e}}$

Po dosazení: $\mathrm{Q} = 0{,}3\ .1\ \mathrm{C} = 0{,}3\ \mathrm{C}$

$\mathrm{N} = \frac{0{,}3\ .1}{1{,}6.10^{-19}} = 1{,}875.10^{18}$

2. Během 10 s prošlo vodičem $9{,}36.10^{19}$ elementárních částic s nábojem. K jak velkému zdroji napětí byl vodič připojen? Vodič je z hliníku, má délku 30m a průměr 0,4 mm.

Řešení:

N = 9,36.10^{19}, e = $\mathbf{1,6.10^{-19}}\ \boldsymbol{C}, \boldsymbol{l} = \mathbf{30}\ \boldsymbol{m}, \boldsymbol{d} = \mathbf{0,4}\ \boldsymbol{mm} = \mathbf{4.10^{-4}}\boldsymbol{m}$ **, ρ = 0,027 μΩ.m = 27.10^{-9}Ω.m,** $\mathbf{U} = ?$

Podle Ohmova zákona platí: $U = R\,.I\,;$

Pro elektrický odpor platí: $R = \rho.\frac{l}{S}$; kde l udává délku vodiče, S jeho průřez (za předpokladu, že průřezem vodiče je kruh, platí: $S = \pi.r^2 = \pi.(\frac{d}{2})^2 = \frac{1}{4}.\pi.d^2$) $\Longrightarrow \quad R = \rho.\frac{l}{\frac{1}{4}.\pi.d^2} = 4.\rho.\frac{l}{\pi.d^2}$

Pro velikost stejnosměrného proudu, který projde vodičem, platí: $I = \frac{Q}{t} = \frac{N.e}{t}$

Dosazením všech uvedených vztahů do Ohmova zákona získáme pro velikost napětí vztah :

$$\boldsymbol{U = R\,.I = 4.\rho.\frac{l}{\pi.d^2}.\frac{N.e}{t}} \quad \Longrightarrow \quad \mathbf{U = \frac{4.\rho.l.N.e}{\pi.d^2.t}}$$

Po dosazení: $\boldsymbol{U} = \frac{\mathbf{4.\ 27.10^{-9}.\ 30\ .\ 9{,}36.10^{19}.1{,}6.10^{-19}}}{\boldsymbol{\pi}.(\mathbf{4.10^{-4}})^{\mathbf{2}}.\mathbf{10}} = \mathbf{9,3}\ \boldsymbol{V}$

3. Určete hustotu ρ_N vodivostních elektronů v hliníku, předpokládáme-li, že na každý atom hliníku připadá jeden vodivostní elektron.

Řešení:

Z MFCHT zjistíme základní konstanty pro hliník:

ρ = 2700 $\boldsymbol{kg.m^{-3}}, \boldsymbol{A_r} = \mathbf{26,98},\ \boldsymbol{m_u} = \mathbf{1,66.10^{-27}}\boldsymbol{kg}, \mathbf{e} = \mathbf{1,6.10^{-19}}\ \boldsymbol{C}\ ,\ \boldsymbol{\rho_N} = ?$

Co je to hustota ρ_N vodivostních elektronů v hliníku? Zřejmě, počet vodivostních elektronů v objemové jednotce.

$$\Longrightarrow \rho_N = \frac{N}{V} = \frac{\frac{m}{m_a}}{V} = \frac{\frac{\rho.V}{A_r.m_u}}{V} \Longrightarrow \rho_N = \frac{\rho}{A_r.m_u}$$

Po dosazení: $\rho_N = \frac{2700}{26{,}98.1{,}66.10^{-27}}\, m^{-3} = 6{,}03\,.\,10^{28}\, m^{-3}$

Pozn: Celkový náboj vodivostních elektronů v hliníku obsažených v krychli o objemu m^3 je obrovský!!!

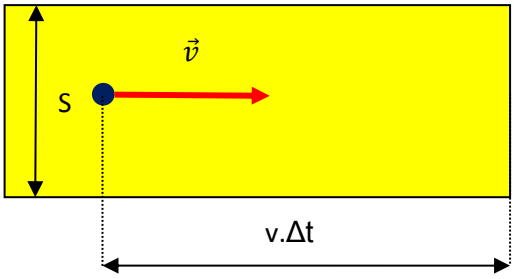
Q = $\rho_N\,.\,e = 6{,}03\,.\,10^{28}\,.\,1{,}6.\,10^{-19}\,C\,.\,m^{-3} = 9{,}648\,.\,10^{9}\,C\,.\,m^{-3} \doteq 9{,}6\,.\,GC\,.\,m^{-3}$

$\Longrightarrow$ Celkový náboj malé krychličky hliníku o objemu $1mm^3$ je $6{,}03\,.\,10^{19}.\,1{,}6.\,10^{-19}\,C = 9{,}6\,C$

4. Určete střední rychlost uspořádaného pohybu vodivostních elektronů v hliníkovém drátu o průřezu 4 mm^2 , kterým prochází proud 5A.

Řešení:

$\boldsymbol{\rho_N = 6{,}03\,.\,10^{28}\,m^{-3}}$ **(*z příkladu* č. 2), e** $\boldsymbol{= 1{,}6.\,10^{-19}\,C, I = 5\,A, S = 4\,mm^2 = 4.\,10^{-6}m^2, v = ?}$



Vodivostní elektrony, které projdou za dobu Δt střední rychlostí v průřezem vodiče o obsahu S, leží v prostoru

ΔV = S.v.Δt (viz obrázek)

Počet těchto elektronů zjistíme ze vztahu $\rho_N = \frac{N}{V} \Longrightarrow$

$$\Delta N = \rho_N\,.\,\Delta V = \rho_N\,.\,S.\,v.\,\Delta t$$

Celkový náboj přenášený elektrony je

ΔQ = e . $\Delta N = e\,.\,\rho_N\,.\,S.\,v.\,\Delta t$

Pro velikost proudu protékajícího vodičem platí:

$$\boldsymbol{I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{e\,.\rho_N\,.S.v.\Delta t}{\Delta t} = e\,.\,\rho_N\,.\,S.\,v \Longrightarrow v = \frac{I}{e\,.\rho_N\,.S}}$$

Po dosazení: $\boldsymbol{v = \frac{5}{1{,}6.10^{-19}.6{,}03\,.10^{28}.4.10^{-6}}\, m.\,s^{-1} = 0{,}12.\,10^{-3} m.\,s^{-1} = 0{,}12\, mm.\,s^{-1}}$

5. Jakou hmotnost má měděný vodič o délce 1km, je-li jeho odpor 6 kΩ ?

Řešení:

Z MFCHT zjistíme potřebné konstanty pro měď:

ρ = 8930 $\boldsymbol{kg.\,m^{-3}, \rho_R = 0{,}018\,\mu\Omega\,.\,m = 18.\,10^{-9}\,\Omega\,.\,m}$ **, l = 1 km =** $\boldsymbol{10^3}$ **m , R = 6 Ω, m = ?**

Obrázek 10

Vyjdeme ze základního vztahu pro hmotnost: $m = \rho\,.V = \rho\,.S.l$;
kde l udává délku vodiče, S jeho průřez

Pro elektrický odpor platí: $R = \rho_R.\frac{l}{S}$; kde l udává opět délku vodiče, S jeho průřez ; z tohoto vztahu si vyjádříme obsah průřezu vodiče: $\boldsymbol{S = \rho_R.\frac{l}{R}}$

$$\boldsymbol{\Longrightarrow m = \rho\,.S.l = \rho\,.\rho_R.\frac{l}{R}\,.l \Longrightarrow m = \frac{\rho\,.\rho_R.l^2}{R}}$$

Po dosazení: $m = \frac{8930\,.\,18\,.\,10^{-9}.\,(10^3)^2}{6}\,\text{kg} = 26790\,.\,10^{-3}\text{kg} \doteq 26{,}8\,\text{kg}$

6. Platinový odporový teploměr má při teplotě 20°C odpor 500 Ω. Odpor teploměru v rozpálené peci je 2500 Ω. Jaká je teplota pece?

Řešení:

Z MFCHT zjistíme teplotní součinitel elektrického odporu pro platinu: α = $3,9.10^{-3}K^{-1}$

$R_{20} = 500\,\Omega,\ \ R_P = 2500\,\Omega,\ \ t_0 = 20°C, t_P = ?$

Experimentálně bylo zjištěno, že závislost elektrického odporu kovových vodičů na teplotě je ve velkém teplotním intervalu prakticky lineární a můžeme ji vyjádřit vztahem: R = R_0 . (1 + α.Δt)
Pro náš případ lze tuto rovnici psát ve tvaru:

$R_P = R_{20}$. (1 + α.Δt) kde Δt = $t_P - t_0$

$R_P = R_{20}$. (1 + α.Δt) $\Longrightarrow$ 1 + α.Δt = $\frac{R_P}{R_{20}} \Longrightarrow$ α.Δt = $\frac{R_P}{R_{20}} - 1 \Longrightarrow$ α.Δt = $\frac{R_P - R_{20}}{R_{20}} \Longrightarrow$ Δt = $\frac{R_P - R_{20}}{R_{20}.\alpha}$

$$\Longrightarrow \quad t_P - t_0 = \frac{R_P - R_{20}}{R_{20}.\alpha} \quad \Longrightarrow \quad t_P = \frac{R_P - R_{20}}{R_{20}.\alpha} + t_0$$

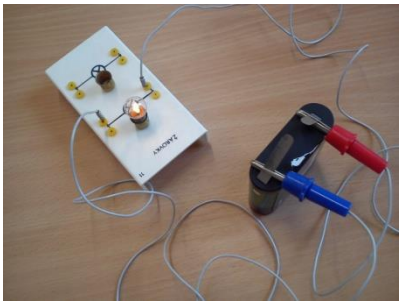
Po dosazení: $t_P = \left(\frac{2500 - 500}{500\ .\ 3{,}9.10^{-3}} + 20\right)$ °C = 1045,6 °C

7. Vláknem wolframové žárovky s teplotou 28 °C prochází při napětí 10 V proud 300 mA. Určete teplotu vlákna svítící žárovky, jestliže vláknem prochází proud 0,5 A a napětí na koncích vlákna je 220 V.

Řešení:

Z MFCHT zjistíme teplotní součinitel elektrického odporu pro wolfram: α = $4,4.10^{-3}K^{-1}$

$t_0 = 20°C, U_0 = 10\ V,\ \ I_0 = 300\ mA = 0,3\ A\ , I = 0,5\ A, U = 220\ V\ \ t = ?$



Obrázek 11

Ze zkušenosti víme, že wolframové vlákno žárovky se silně zahřívá. Svítící žárovka je „pořádně“ horká!
Její teplotu můžeme určit pomocí změněného odporu svítící vlákna žárovky.
Z příkladu 6 už víme, že platí:

R = R_0 . (1 + α.Δt) kde Δt = t− t_0 , $R_0 = \frac{U_0}{I_0}$; $R = \frac{U}{I}$

R = R_0 . (1 + α.Δt) $\Longrightarrow$ 1 + α.Δt = $\frac{R}{R_0} \Longrightarrow$ α.Δt = $\frac{R}{R_0} - 1 \Longrightarrow$ α.Δt = $\frac{R - R_0}{R_0}$

$\Longrightarrow$ Δt = $\frac{R - R_0}{R_0.\alpha}$

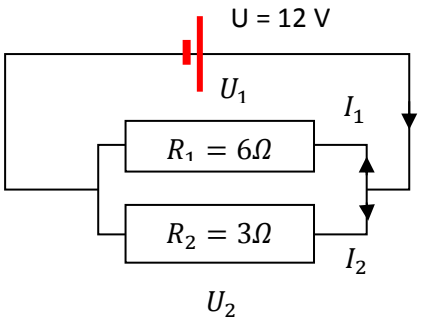
$$\Longrightarrow t - t_0 = \frac{\frac{U}{I} - \frac{U_0}{I_0}}{\frac{U_0}{I_0}.\alpha} = \left(\frac{U}{I} - \frac{U_0}{I_0}\right).\frac{I_0}{U_0.\alpha} = \frac{U.I_0 - U_0.I}{I.I_0}.\frac{I_0}{U_0.\alpha} = \frac{U.I_0 - U_0.I}{I.U_0.\alpha} \Longrightarrow t = t_0 + \frac{U.I_0 - U_0.I}{I.U_0.\alpha}$$

Po dosazení: $t = \left(28 + \frac{220.0,3 - 10.0,5}{0,5.10.4,4.10^{-3}}\right)°C = 2570\ °C$

8. V obvodu jsou paralelně zapojeny dva rezistory o odporech 3 Ω a 6 Ω. Urči jejich celkový odpor a proud, který prochází obvodem i jednotlivými rezistory, pokud jsou připojeny ke zdroji o napětí 12 V.

Řešení:

$R_1 = 3\Omega, R_2 = 6\Omega, U = 12V$



Pro celkový odpor dvou paralelně zapojených odporů platí:

$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

Pro výpočet příkladů je užitečné si tento vztah upravit a přímo si pamatovat: $\frac{1}{R} = \frac{R_2+R_1}{R_1.R_2} \Longrightarrow \mathbf{R = \frac{R_1.R_2}{R_1+R_2}}$

Po dosazení: $R = \frac{3.6}{3+6}\,\Omega = \frac{18}{9}\Omega = 2\,\Omega$

Pro proud protékající obvodem pak podle Ohmova zákona platí: $I = \frac{U}{R}$

Po dosazení: $I = \frac{12}{2}$ A = 6 A

<u>Proudy protékající jednotlivými odpory je nejlepší řešit prostou úvahou:</u>

Podle I.Kirchhoffova zákona pro proudy protékající jednotlivými rezistory platí: $I = I_1 + I_2$

Napětí na těchto rezistorech je stejné: $U_1 = U_2 \Longrightarrow R_1.I_1 = R_2.I_2 \Longrightarrow \mathbf{\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}}$

$\Longrightarrow$ proudy se dělí v opačném poměru jako odpory.

Jestliže odpory jsou v poměru 2 : 1 , jsou proudy v opačném poměru 1 : 2 $\Longrightarrow I_1 = 2A;\ I_2 = 4A$

(Pokud by hodnoty v zadání příkladu nebyly tak „ pěkné“, řešili bychom soustavu dvou rovnic o dvou proměnných: $I = I_1 + I_2 \ \wedge\ R_1.I_1 = R_2.I_2$)

Pozn. Protože známe elektromotorické napětí zdroje, můžeme postupovat v našem příkladu velmi jednoduše:

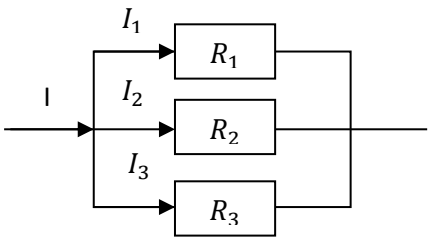
$U_1 = U_2 = U \Longrightarrow \mathbf{I_1 = \frac{U}{R_1}; I_2 = \frac{U}{R_2}}$

Po dosazení: $I_1 = \frac{12}{6}\ A = 2\ A\ ;\ I_2 = \frac{12}{3}\ A = 4\ A$

9. Proud 12 A se dělí ve tři paralelní větve s odpory 20 Ω, 30 Ω, 60 Ω. Určete proudy v jednotlivých větvích.

Řešení:

$\boldsymbol{I = 12\ A, R_1 = 20\ \Omega, R_2 = 30\ \Omega, R_3 = 60\ \Omega}$



Pro výsledný odpor tří paralelně zapojených odporů platí:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{1}{R} = \frac{R_2.R_3+R_1.R_3+R_1.R_2}{R_1.R_2.R_3} \Longrightarrow R = \frac{R_1.R_2.R_3}{R_2.R_3+R_1.R_3+R_1.R_2}$$

Po dosazení: $R = \frac{20.30.60}{30.60+20.60+20.30}\ \Omega = 10\ \Omega$

Ze známé hodnoty proudu a celkového odporu si můžeme vypočítat napětí v obvodu, které je stejné ve všech paralelních větvích.

$\Longrightarrow$ U = R . I

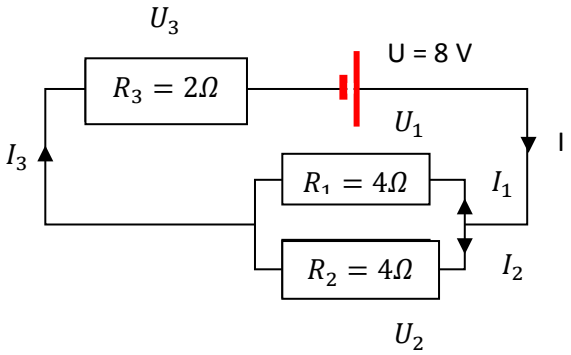
Po dosazení: U = 10 . 12 V = 120 V

Dále postupujeme stejně jako v příkladě 8: $\mathbf{I_1 = \frac{U}{R_1}; I_2 = \frac{U}{R_2};\ I_3 = \frac{U}{R_3}}$

Po dosazení: $I_1 = \frac{120}{20}\ A = 6\ A\ ;\ I_2 = \frac{120}{30}\ A = 4\ A\ ;\ I_3 = \frac{120}{60}\ A = 2\ A$

10. Řešte obvod (tzn. vypočítejte napětí na jednotlivých odporech a proudy protékající jednotlivými rezistory).

Řešení:



Odpory R_1 , R_2 jsou zapojeny paralelně. Lze je nahradit odporem o velikosti: $R_{12} = \frac{R_1.R_2}{R_1+R_2} = \frac{4.4}{4+4}\ \Omega = \frac{16}{8}\ \Omega = 2\ \Omega$

Odpory R_{12}a R_3 jsou zapojeny sériově $\Longrightarrow$ celkový odpor obvodu je roven součtu hodnot jejich velikostí:

R = R_{12}+ R_3 = (2 + 2) Ω = 4 Ω

$\Longrightarrow$ Obvodem protéká proud o velikosti:

I = $\frac{U}{R} = \frac{8}{4} A = 2\ A$

Z obrázku je jasné, že tento proud protéká odporem $R_3 \Longrightarrow I_3 = 2\ A$

V paralelní části obvodu se proud podle KZ dělí. Část teče odporem R_1 , část odporem R_2 . Z příkladu 8 už víme:

$$U_1 = U_2 \Longrightarrow R_1.I_1 = R_2.I_2 \Longrightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \Longrightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{4}{4} = \frac{1}{1} \Longrightarrow I_1 = 1\ A,\ I_2 = 1\ A$$

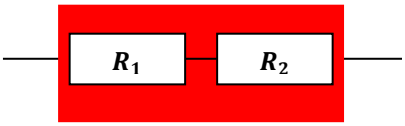
Pro napětí platí: $U = U_3 + U_{12}$; protože $R_3 = R_{12}$, tak samozřejmě platí, že také $U_3 = U_{12} \Longrightarrow U_3 = 4V,\ U_{12} = 4V \Longrightarrow U_1 = 4\ V\ , U_2 = 4\ V$

11. Dva rezistory R_1, R_2 mají při sériovém zapojení odpor 5 Ω a při paralelním zapojení 1,2 Ω . Jaké jsou odpory jednotlivých rezistorů?

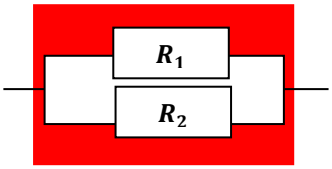
Řešení:

$\boldsymbol{R_S = 5\Omega, R_P = 1,2\Omega}$

$R_S = 5\Omega$



$R_P = 1{,}2\Omega$



Pro výsledný odpor sériového zapojení platí: $R_S = R_1 + R_2$

Pro výsledný odpor paralelního zapojení platí: $\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

Aby byl náš výpočet přehlednější, zavedeme si <u>substitucí nové proměnné</u> a dosadíme výsledný odpor sériového a paralelního zapojení: S: x = R_1 ; y = R_2

x + y = 5 $\qquad$ x + y = 5 $\Longrightarrow$ y = 5 - x

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{1{,}2} \Longrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \Longrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{5-x} = \frac{5}{6} \Longrightarrow$ 6.(5-x)+6.x = 5.x.(5-x)

$\Longrightarrow$ 30 – 6.x + 6.x = 25.x – 5.x^2 $\Longrightarrow$ 5.x^2 - 25.x + 30 = 0 $\Longrightarrow$ <u>x^2 - 5.x + 6 = 0</u>

Pro řešení této jednoduché normované kvadratické rovnice užijeme Vietovy vzorce:

$x_1 + x_2 = 5 \wedge x_1 + x_2 = 6 \Longrightarrow 1)\ \ x_1 = 2 \Longrightarrow y_2 = 3$

$2)\ \ x_2 = 3 \Longrightarrow y_2 = 2$

$\Longrightarrow \quad R_1 = 3 \wedge R_2 = 2$

12. Elektromotorické napětí zdroje je 1,1 V. Po připojení spotřebiče s odporem 5 Ω je svorkové napětí jen 0,6 V. Určete a) vnitřní odpor zdroje, b) proud procházející obvodem, c) načrtněte zatěžovací charakteristiku zdroje.

Řešení:

$\boldsymbol{U_e = 1,1\ V, R = 5\Omega, U = 0,6\ V, R_i = ?, I = ?}$

Pro uzavřený obvod platí Ohmův zákon ve tvaru: $I = \frac{U_e}{R+R_i}$

U_e - elektromotorické napětí nezatíženého zdroje, které někdy nazýváme napětí naprázdno a značíme U_0

R - odpor vnějšího obvodu (výraz $U = R.I$ se nazývá tzv. svorkové napětí)

R_i - vnitřní odpor zdroje

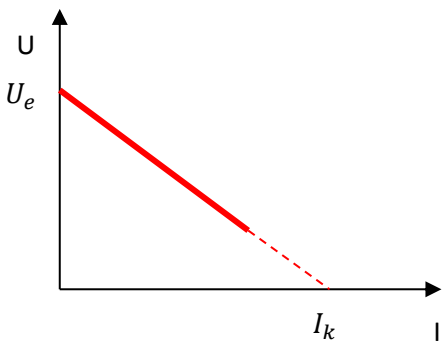
a) určení vnitřního odporu zdroje: $I = \frac{U_e}{R+R_i} \Longrightarrow R + R_i = \frac{U_e}{I} \Longrightarrow R_i = \frac{U_e}{I} - R$

lepším vyjádřením je vztah: $R_i = \frac{U_e - R.I}{I} = \frac{U_e - U}{I}$; $U = R.I \Longrightarrow I = \frac{U}{R}$ je svorkové napětí

$\Longrightarrow \mathbf{R_i = \frac{U_e - U}{\frac{U}{R}} = \frac{(U_e - U).R}{U}}$ Po dosazení: $R_i = \frac{(1,1 - 0,6).5}{0,6}\ \Omega = 4,17\ \Omega$

b) proud procházejícím obvodem: $\mathbf{I = \frac{U}{R}}$ Po dosazení: $I = \frac{0,6}{5}\ A = 0,12\ A$

c) **Graf U = f (I); tzv. zatěžovací charakteristika zdroje:**



rovnice této závislosti je: $I = \frac{U_e}{R+R_i} \Longrightarrow I.(R + R_i) = U_e$

$\Longrightarrow I.R + I.R_i = U_e \Longrightarrow U + I.R_i = U_e$

rovnice grafu : $\mathbf{U = U_e - R_i.I}$ - jedná se o lineární klesající funkci

<u>Stanovíme průsečíky s osami:</u>

$P_U : I = 0\ A \Longrightarrow U = U_e - R_i.0 = U_e = U_0$

P_I: $U = 0 \Longrightarrow 0 = U_e - R_i.I \Longrightarrow I = \frac{U_e}{R_i}$; tento proud se nazývá kritický (zkratový); R = O ⟹ došlo ke zkratu, ke spojení pólů zdroje nakrátko

13. Jestliže k baterii s elektromotorickým napětím 4,5 V připojíme odpor o velikost 2Ω, bude jím procházet proud 1,5 A. Jaký proud bude procházet vodičem při spojení nakrátko?

Řešení:

$\boldsymbol{U_e = 4,5\ V, R = 2\Omega, I = 1,5\ A, I_k = ?}$

V příkladu 12 jsme vysvětlili, co je to kritický proud, známe Ohmův zákon pro uzavřený obvod ⟹ stačí si

„ pohrát“ s rovnicemi:

$I_k = \frac{U_e}{R_i} \wedge R_i = \frac{U_e - R.I}{I} \Longrightarrow I_k = \frac{U_e}{\frac{U_e - R.I}{I}} \Longrightarrow \mathbf{I_k} = \frac{\mathbf{U_e.I}}{\mathbf{U_e - R.I}}$

Po dosazení: $I_k = \frac{4{,}5.1{,}5}{4{,}5 - 2.1{,}5} A = 4{,}5\ A$

Pozn. Odběr velkých proudů ze zdroje o malém vnitřním odporu může vést k poškození zdroje nebo vedení. Proto se do elektrických obvodů zařazují pojistky a jističe, které při překročení určité hodnoty proudu obvod přeruší.

14. Jaký je odpor vnější části vedení, je-li vnitřní odpor zdroje 0,2 Ω a elektromotorické napětí zdroje je 1,1 V. Voltmetr v obvodu ukazuje napětí 1 V. Určete zkratový proud a maximálním výkon obvodu.

Řešení:

$\boldsymbol{R_i = 0{,}2\ \Omega, U_e = 1{,}1V, U = 1\ V, R = ?, I_k = ?}$

Odpor vnější části vedení vypočítáme užitím známých vztahů:

$I = \frac{U_e}{R+R_i} \wedge I = \frac{U}{R} \Longrightarrow \frac{U_e}{R+R_i} = \frac{U}{R} \Longrightarrow U_e.R = U.(R + R_i) = U.R + U.R_i$

$\Longrightarrow U_e.R - U.R = U.R_i \Longrightarrow R.(U_e - U) = U.R_i \Longrightarrow R = \frac{U.R_i}{U_e - U}$

Po dosazení: $R = \frac{1.0{,}2}{1{,}1-1}\Omega = 2\ \Omega$

Určíme zkratový proud:

Z předcházejících příkladů už známe vzoreček $\mathbf{I_k} = \frac{\mathbf{U_e}}{\mathbf{R_i}}$

Po dosazení: $I_k = \frac{1{,}1}{0{,}2} A = 5{,}5\ A$

Jak určit maximální výkon obvodu?

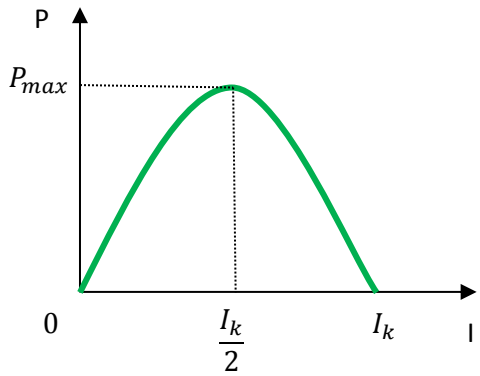
Výkon elektrického proudu ve spotřebiči je dán známým vztahem: $P = U.I$

Z příkladu 12 už známe rovnici zatěžovací charakteristiky zdroje: $U = U_e - R_i.I$

$\Longrightarrow P = (U_e - R_i.I).I \Longrightarrow P = U_e.I - R_i.I^2 \Longrightarrow$ jedná se o kvadratickou závislost výkonu na proudu.

Grafem této závislosti je parabola otočená dolů, která nabývá své extrémní hodnoty P_{max} ve vrcholu paraboly .

Graf P = f (I): rovnice $P = U_e.I - R_i.I^2$



Stanovíme průsečíky s osami:

$\boldsymbol{P_I}: P = 0\ A \Longrightarrow U_e.I - R_i.I^2 = (U_e - R_i.I).I = 0 \Longrightarrow$

1) $U_e - R_i.I = 0 \Longrightarrow I = I_k = \frac{U_e}{R_i}$

2) I = 0 A

$\boldsymbol{P_P}: I = 0 \Longrightarrow P = 0 \Longrightarrow P_I = P_P = [0{,}0]$

Vrchol paraboly vždy leží uprostřed mezi průsečíky, to znamená, že bude-li mít proud hodnotu $I = \frac{I_k}{2} = \frac{U_e}{2.R_i}$, bude mít výkon maximální hodnotu: $P_{max} = U_e.I - R_i.I^2 = U_e.\frac{I_k}{2} - R_i.(\frac{I_k}{2})^2 = U_e.\frac{U_e}{2.R_i} - R_i.(\frac{U_e}{2.R_i})^2$

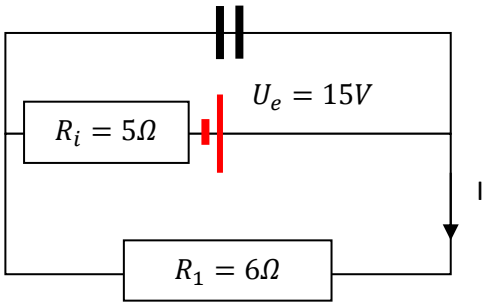
$= \frac{U_e^2}{2.R_i} - \frac{U_e^2}{4.R_i} \Longrightarrow \mathbf{P_{max}} = \frac{\mathbf{U_e^2}}{\mathbf{2.R_i}}$

Po dosazení: $P_{max} = \frac{1{,}1^2}{2.02}$ W = 0,6 W

15. Ke zdroji o elektromotorickém napětí 15 V s vnitřním odporem 5 Ω je připojený rezistor s odporem 10 Ω. Ke svorkám zdroje napětí je paralelně připojený kondenzátor s kapacitou 1μF. Určete náboj na deskách kondenzátoru.

Řešení:

$\boldsymbol{R_i = 5\,\Omega, U_e = 15\,V, R = 10\,\Omega, C = 1\mu F = 1.10^{-6}\,F}$ **, Q = ?**



Pro kapacitu připojeného kondenzátoru platí: $C = \frac{Q}{U} \Longrightarrow Q = C\,.\,U$

Kondenzátor nabíjí připojený zdroj, který je ale „ zatížený“, a proto napětí U je svorkovým napětím zdroje, pro které platí:

$U = R\,.\,I = R\,.\frac{U_e}{R+R_i}$

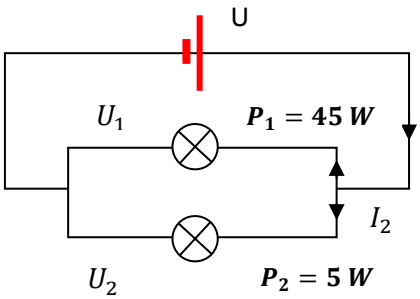
$$\Longrightarrow \mathbf{Q = C\,.\,R\,.\frac{U_e}{R+R_i}}$$

Po dosazení: $Q = 1.10^{-6}\,.\,10\,.\frac{15}{10+5}\,C = 10\,.\,10^{-6}\,C = 10\,\mu C$

16. Dvě žárovky s příkonem 45 W a 5 W jsou paralelně připojeny ke zdroji napětí, kterým prochází proud 3 A. Určete proudy, které procházejí žárovkami.

Řešení:

$\boldsymbol{P_1 = 45\,W, P_2 = 5\,W, I = 3\,A, I_1 = ?, I_2 = ?}$



Výkon elektrického proudu ve spotřebiči je dán známým vztahem:

$P = U.I$

Podle I.Kirchhoffova zákona pro proudy protékající jednotlivými žárovkami platí: $I = I_1 + I_2$

Napětí na těchto žárovkách je stejné: $U_1 = U_2$ = U

$\Longrightarrow P_1 = U\,.\,I_1 \Longrightarrow I_1 = \frac{P_1}{U} \wedge P_2 = U\,.\,I_2 \Longrightarrow I_2 = \frac{P_2}{U}$

$$I = I_1 + I_2 = \frac{P_1}{U} + \frac{P_2}{U} = \frac{P_1 + P_2}{U} \Longrightarrow U = \frac{P_1 + P_2}{I}$$

Proud, protékající první žárovkou: $I_1 = \frac{P_1}{U} = \frac{P_1}{\frac{P_1+P_2}{I}} \Longrightarrow \mathbf{I_1 = \frac{P_1.I}{P_1+P_2}}$

Po dosazení: $I_1 = \frac{45.3}{45+5}\,A = 2{,}7\,A$

Proud, protékající první žárovkou: $I_2 = \frac{P_2}{U} = \frac{P_2}{\frac{P_1+P_2}{I}} \Longrightarrow \mathbf{I_2 = \frac{P_2.I}{P_1+P_2}}$

Po dosazení: $I_2 = \frac{5.3}{45+5}$ A = 0,3 A

Proud I_2 jsme už mohli počítat podle vztahu: $I = I_1 + I_2 \Longrightarrow I_2 = I - I_1$

Po dosazení: $I_2 = (3 - 2{,}7)A = 0{,}3\,A$ Aspoň máme jistotu!

17. Svíčka na vánoční stromeček má příkon 8,9 W a odpor 20 Ω. Kolik svíček můžeme sériově zapojit na napětí 220 V?

Řešení:

$\boldsymbol{P = 8\,W, R = 20\,\Omega\,, U = 220\,V, n = ?}$

Obrázek 12

Je zřejmé, že jsou-li svíčky zapojeny sériově, pak součet napětí na jednotlivých svíčkách je roven celkovému napětí $U = 220\,V$.
Jestliže si napětí na jedné svíčce označíme U_0 a předpokládáme, že vánoční osvětlení se obsahuje n svíček, pak platí: $U = n\,.\,U_0 \implies n = \frac{U}{U_0}$

Pro příkon každé svíčky vánočního osvětlení platí:

$P = \frac{U_0^2}{R} \implies U_0 = \sqrt{P.R} \implies \mathbf{n} = \frac{\mathbf{U}}{\sqrt{\mathbf{P.R}}}$

Po dosazení: $n = \frac{220}{\sqrt{8.20}} = 17{,}4 \doteq 18$

18. Galvanometr má základní rozsah $U_G = 200\,mV\ a\ I_G = 1\,mA$:
a) Jaký rezistor R_P je třeba galvanometru předřadit, jestliže ho chceme použít jako voltmetr s rozsahem 10 V?
b) Jaký rezistor R_B je třeba připojit ke galvanometru, chceme-li galvanometrem měřit proud do 0,1 A?

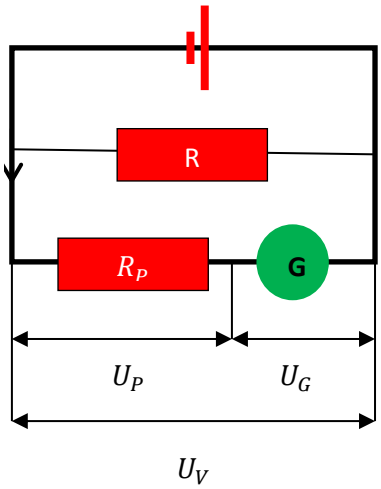
Řešení:

$\boldsymbol{U_G = 200\,mV = 0{,}2\,V, I_G = 1\,mA = 10^{-3}A, U_V = 10\,V, I_A = 0{,}1\,A, R_P = ?\,, R_B = ?}$

Obrázek 13

Z laboratorních prací víme, že k měření napětí a proudu používáme univerzální měřicí přístroje, tzv. galvanometry. Ty můžeme použít jako voltmetr i jako ampérmetr. Jak je zapojit do obvodu všichni doufám umíte!
Zároveň můžeme měnit rozsahy těchto měřících přístrojů. Jak to vlastně děláme? Ano, „lupeme“ jakýmsi knoflíkem! ☺

A nyní si situaci vysvětlíme pomocí Kirchhoffových zákonů :



a) Voltmetr zapojujeme paralelně ke spotřebiči, na němž měříme napětí. Abychom mohli zanedbat proud, který jím prochází, musí být vnitřní odpor voltmetru co největší.
Chceme-li z galvanometru udělat voltmetr, je nutné, aby na samotném galvanometru bylo nejvýše jeho maximální napětí U_G. To znamená, že musíme ke galvanometru zapojit do série předřadný odpor (slangově „balast“).
Galvanometrem i předřadným odporem protéká stejný proud I_G, pro který podle Ohmova zákona platí: $I_G = \frac{U_G}{R_G}$

Podle schématu zapojení platí:

$$U_V = U_P + U_G = R_P I_G + R_G I_G = R_P \frac{U_G}{R_G} + U_G \Rightarrow R_P = \frac{R_G}{U_G}(U_V - U_G) \Rightarrow R_P = R_G.\left(\frac{U_V}{U_G} - 1\right)$$

Co vyjadřuje výraz $n = \frac{U_V}{U_G}$? Kolikrát chceme změnit rozsah měřicího přístroje!!!

Závěr:

Měřicí rozsah voltmetru zvětšujeme **předřadným odporem** (balastem). Velikost tohoto předřadného rezistoru vypočteme ze vztahu:

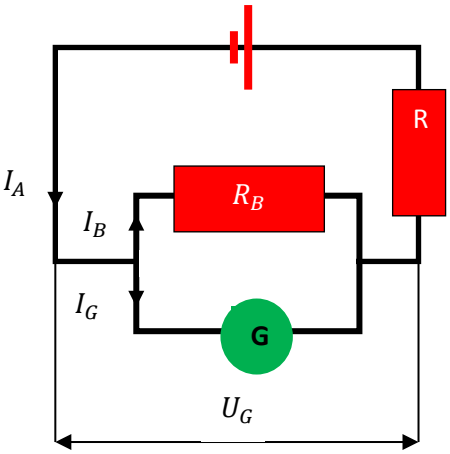
$$\boxed{\mathbf{R_P = (n - 1)R_V}}$$

My neznáme odpor voltmetru, proto musíme pokračovat v úpravách:

$$R_P = R_G.\left(\frac{U_V}{U_G} - 1\right) = \frac{U_G}{I_G}.\left(\frac{U_V}{U_G} - 1\right) = \frac{U_G}{I_G}.\frac{U_V - U_G}{U_G} \Rightarrow \mathbf{R_P = \frac{U_V - U_G}{I_G}}$$

Po dosazení: $R_P = \frac{10-0{,}2}{0{,}001}\,\Omega = 9\,800\,\Omega$

b) Ampérmetr se zapojuje do série se spotřebičem, u něhož chceme měřit procházející proud. Aby na ampérmetru vznikalo jen zanedbatelné napětí, musí být jeho odpor co nejmenší. Chceme-li z galvanometru udělat ampérmetr, musí samotným galvanometrem protékat nejvýše proud I_G.
⇒ musíme ke galvanometru zapojit paralelně rezistor o odporu R_B – tzv. bočník (slangově šunt).
Na galvanometru i bočníku je stejné napětí U_G. Chceme-li změnit rozsah ampérmetru na I_A, platí:



$$I_A = I_G + I_B = I_G + \frac{U_G}{R_B} = I_G + \frac{R_G I_G}{R_B} \Rightarrow$$

$$\frac{R_G I_G}{R_B} = I_A - I_G \Rightarrow R_B = \frac{R_G I_G}{I_A - I_G}.\frac{\frac{1}{I_G}}{\frac{1}{I_G}} = \frac{\frac{U_G}{I_G}}{\frac{I_A}{I_G} - 1} = \frac{R_G}{n - 1}$$

Chceme-li zvětšit měřicí rozsah ampérmetru, připojíme paralelně k měřicímu přístroji **rezistor (bočník).** Pro odpor bočníku platí:

$$\boxed{\mathbf{R_B = \frac{R_G}{n - 1}}}$$

My neznáme odpor ampérmetru, proto musíme pokračovat v úpravách:

$$\Rightarrow n = \frac{I_A}{I_G}\ ;\ R_G = \frac{U_G}{I_G} \Rightarrow R_B = \frac{\frac{U_G}{I_G}}{\frac{I_A}{I_G} - 1} = \frac{\frac{U_G}{I_G}}{\frac{I_A - I_G}{I_G}} \Rightarrow \mathbf{R_B = \frac{U_G}{I_A - I_G}}$$

Po dosazení: $R_B = \frac{0{,}2}{0{,}1-0{,}001}\,\Omega = 2{,}02\,\Omega$

19. Miliampérmetr se stupnicí do 15 mA má vnitřní odpor 5 Ω. Jak je třeba k přístroji připojit rezistor a jaký odpor musí mít tento rezistor, abychom mohli tímto přístrojem měřit:
a) proudy do 0,15 A , b) napětí do 150 V.

Řešení:

$\boldsymbol{R_G = 5\,\Omega, I_G = 15\,mA = 0,015\,A,\ I_A = 0,15\,A, U_V = 150\,V\,, R_B = ?\, R_P = ?}$

Obrázek 14

Teorii k vyřešení tohoto příkladu už známe z příkladu 18. Doufám, že jste ji pořádně pochopili a samotné řešení příkladu tak bude hračka! ☺

a) ke galvanometru musíme připojit paralelně bočník R_B, pro jehož velikost platí: $R_B = \frac{R_G}{n-1}$

$$\Longrightarrow R_B = \frac{R_G}{n-1} \Longrightarrow \mathbf{R_B = \frac{R_G}{\frac{I_A}{I_G}-1}}$$

Po dosazení: $R_B = \frac{5}{\frac{0,15}{0,015}-1}\ \Omega = 0,56\ \Omega$

a) ke galvanometru musíme připojit sériově předřadný odpor R_P, pro jehož velikost platí:

$R_P = R_G.(n-1)$

$$\Longrightarrow R_P = R_G.(n-1) \Longrightarrow R_G.\left(\frac{U_V}{U_G}-1\right) \Longrightarrow \mathbf{R_P = R_G.\left(\frac{U_V}{R_G I_G}-1\right)}$$

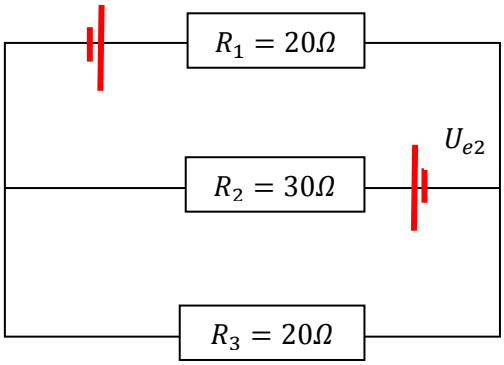
Po dosazení: $R_P = 5.\left(\frac{150}{5.0,015}-1\right)\ \Omega = 9\,995\ \Omega$

20. Řešte elektrickou síť ⟹ Určete, jaké proudy procházejí jednotlivými rezistory (jaký mají směr a velikost).

Řešení:

$\boldsymbol{U_{e2} = 20\,V}$

$U_{e1} = 2.U_{e2}$



K řešení příkladu použijeme opět Kirchhoffovy zákony:

I. KZ: Algebraický součet proudů v uzlu je roven nule.

$$\sum_{i=1}^{i=n} I_i = 0$$

II. KZ: Algebraický součet úbytků napětí na spotřebičích se v uzavřené části obvodu (smyčce) rovná algebraickému součtu elektromotorických napětí zdrojů ve smyčce.

$$\sum_{i=1}^{i=n} R_i I_i = \sum_{i=1}^{i=n} U_{ei}$$

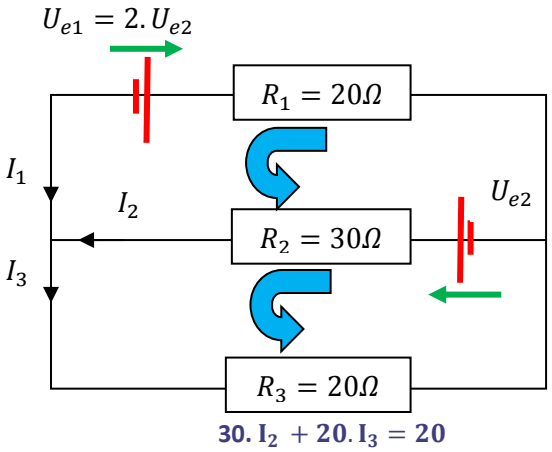
Slovíčko algebraický znamená, že vkládané hodnoty mají svá znaménka podle uvedeného postupu:

1. **V elektrické síti vyznačíme směry elektromotorických napětí zdrojů. Je to pevně dáno! Ve směru rostoucího potenciálu ⟹ od plus k mínus! (zelené šipky)**
2. **U jednoho uzlu zakreslíme libovolně jednotlivé proudy a jejich směry.**
3. **Zvolíme si potřebný počet jednoduchých obvodů (smyčky) a jejich směr obíhání (modré šipky).**
4. **Napíšeme soustavu rovnic podle KZ.**

I. KZ: Algebraický součet proudů v uzlu je roven nule ⟹ Proudy, které jdou do uzlu, budou mít v rovnicích znaménko +, proudy, které jdou z uzlu, budou mít v rovnicích znaménko -.

To, že jsme směry volili dobře, nebo špatně, ukáže výsledek. Pokud vyjde velikost proudu se záporným znaménkem, má proud opačný směr, než který jsme si zvolili.

II. KZ: Algebraický součet úbytků napětí na spotřebičích se v uzavřené části obvodu (smyčce) rovná algebraickému součtu elektromotorických napětí zdrojů ve smyčce.



⟹ Tam, kde směr zdroje souhlasí se směrem obíhání ve smyčce, bude mít U_e kladné znaménko, tam, kde nesouhlasí, záporné znaménko.

⟹ Tam, kde směr proudu procházejícího rezistorem souhlasí se směrem obíhání ve smyčce, bude mít $R_i I_i$ kladné znaménko, tam, kde nesouhlasí, záporné znaménko.

Sestavíme rovnice „ podle návodu“:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$
$$20.I_1 - 30.I_2 = -20 - 40$$

A nyní jen stačí tuto soustavu tří rovnic o třech neznámých vyřešit. Můžeme použít různé postupy. Nejjednodušší je zredukovat soustavu na soustavu dvou rovnic o dvou neznámých tak, že sečteme dvě a dvě rovnice a vyloučíme při tom stejnou proměnnou. Z matematiky jsme zvyklí na proměnné x,y,z ⟹ je docela dobré zavést substituci S: x = I_1 y = I_2 z = I_3

$$\begin{aligned} x + y - z &= 0 \\ 20x - 30y &= -60 \\ 30y + 20z &= 20 \end{aligned} \longrightarrow \begin{aligned} x + y - z &= 0 \\ 2x - 3y &= -6 \\ 3y + 2z &= 2 \end{aligned} \longrightarrow \begin{aligned} 5x - 3z &= -6 \\ 2x + 2z &= 2 \end{aligned} \longrightarrow \begin{aligned} 5x - 3z &= -6 \\ x + z &= 1 \end{aligned} \longrightarrow$$

⟹ 8x = -3 ⟹ x = $-\frac{3}{8}$ A = - 0,375 A

x + z = 1 ⟹ $-\frac{3}{8}$ + z = 1 ⟹ z = $\frac{11}{8}$ A = 1,375 A

x + y - z = 0 ⟹ $-\frac{3}{8} + y - \frac{11}{8} = 0$ ⟹ y = $\frac{14}{8}$ A = $\frac{7}{4}$ A = 1,75 A

Zpět do substituce: **x = I_1** = $-\frac{3}{8}$ A = - 0,375 A , **y = I_2** = $\frac{7}{4}$ A = 1,75 A , **z = I_3** = $\frac{11}{8}$ A = 1,375 A

⟹ Velikost proudů v jednotlivých větvích známe. Podle znamének vidíme, že proud I_1 jde z uzlu, protože má záporné znaménko.

Můžeme si zkontrolovat, jestli jsme počítali správně! Stačí dosadit do I. KZ:

$-0{,}375 + 1{,}75 - 1{,}375 = 0$

Vyšlo nám to. Jsme dobří !!! ☺

Elektrický proud v polovodičích, kapalinách a plynech

1. V elektronické praxi považujeme germanium za čisté, jestliže na miliardu atomů Ge připadá v průměru nanejvýš jeden atom nečistoty. Určete hmotnost takto čistého germania, v němž je rozptýlen jeden gram železa. Relativní atomová hmotnost germania je 72,6 a železa 55,95.

Řešení:

$\boldsymbol{A_{r,Ge} = 72,6\,,\ A_{r,Fe} = 55,95, m_{Fe} = 1\ g = 10^{-3}\ kg, N_{Ge} = 10^{9}\ ,\ \ m_u = 1,66.10^{-27} kg}$

Obrázek 15

Germanium je významným prvkem, který je základem polovodičů. Polovodiče jsou látky, jejichž elektrické podmínky závisejí na vnějších podmínkách mnohem více než u vodičů. Při nízkých teplotách se chovají jako izolanty, s rostoucí teplotou se jejich odpor prudce zmenšuje. Vodivost polovodiče může značně ovlivnit i nepatrné množství cizích atomů. Proto je potřebné, aby byl prvek „ čistý“.

Nejdříve si určíme, kolik atomů železa je obsaženo v jednom gramu železa. Použijeme známé vztahy z molekulové fyziky.

$N_{Fe} = \frac{m_{Fe}}{A_{r,Fe}.m_u}$; $\quad m_u = 1{,}66.10^{-27} kg$ … atomová hmotnostní jednotka

Germanium pokládáme za čisté, jestliže na miliardu atomů Ge připadá v průměru nanejvýš jeden atom nečistoty $\Longrightarrow$ hmotnost germania bez nečistoty je dána vztahem: $m_{Ge} = N_{Ge}\,.A_{r,Ge}.m_u$

hmotnost germania s nečistotou; tj. dovolenou příměsí železa, je dána vztahem:

$m_{Ge} = N_{Fe}.N_{Ge}\,.A_{r,Ge}.m_u = \frac{m_{Fe}}{A_{r,Fe}.m_u}.N_{Ge}\,.A_{r,Ge}.m_u \Longrightarrow \mathbf{m_{Ge} = \frac{m_{Fe}}{A_{r,Fe}}.N_{Ge}\,.A_{r,Ge}}$

Po dosazení: $m_{Ge} = \frac{10^{-3}}{55{,}95}.10^{9}.72{,}6kg \doteq 1{,}298.10^{6}kg = 1298t$

Ve 1298t germania je rozptýlen 1g železa.

2. Do krystalu germania injektujeme příměs atomů india. Vznikne nevlastní (příměsový) polovodič typu P. Vyjádřete v procentech hmotnost přidaného india, aby hustota děr v germaniu byla $10^{22}\ \mathrm{m}^{-3}$.

Řešení:

Z MFCHT zjistíme: $\boldsymbol{A_{r,In} = 114,8, \rho_{Ge} = 5,3.10^{3}\ kg.\mathrm{m}^{-3}, \mathrm{N_A} = 6.10^{23}\ \mathrm{mol}^{-3}\ , m_u = 1,66.10^{-27} kg}$ **;**

$\boldsymbol{N_{In,V} = 10^{22}\ \mathrm{m}^{-3}}$

Označili jsme $\boldsymbol{N_{In,V}} = 10^{22}\ \mathrm{m}^{-3}$ - předpokládáme, že jeden atom india, kterému chybí do vazby jeden valenční elektron, vytváří právě jednu díru $\Longrightarrow$ počet děr je roven počtu atomů india v daném objemu;

proto N a ne ρ (pletlo by nás to).

Pro počet procent přidaného india logicky platí:

p = $\frac{m_{In}}{m_{Ge}}$; m_{In} udává hmotnost India v daném objemu V, m_{Ge} pak hmotnost germania o objemu V

Pro tyto fyzikální veličiny platí:

$m_{In} = N_{In,V}.V.\, m_0 = N_{In,V}.V.\, A_{r,In}.m_u$

$m_{Ge} = \rho_{Ge}\,.V$

$$\Longrightarrow p = \frac{m_{In}}{m_{Ge}} = \frac{N_{In,V}.V.A_{r,In}.m_u}{\rho_{Ge}.V} \Longrightarrow \mathbf{p} = \frac{\mathbf{N_{In,V}.\,A_{r,In}.\,m_u}}{\boldsymbol{\rho_{Ge}}}$$

Po dosazení: $p = \frac{10^{22}.114,8.1,66.10^{-27}}{5,3.10^3} \doteq 35,96.\,10^{-8} = 35,96.\,10^{-6}.\,10^{-2} = 35,96.\,10^{-6}\ \%$

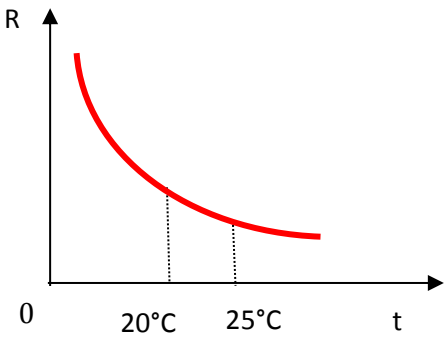
Hmotnost india v daném objemu činí $35,96.\,10^{-6}$ %.

Pozn. polovodičové součástky jsou srdcem mikroelektronické revoluce, která tak výrazně ovlivňuje náš život. Stačí malé množství příměsi! ☺

3. Termistor má při teplotě 20 °C odpor 50 kΩ a při teplotě 25 °C se jeho odpor zmenšil na 42,5 kΩ. Určete hodnotu teplotního součinitele odporu v tomto intervalu teplot.

Řešení:

$\boldsymbol{t_0 = 20°\,C,\ R_0 = 50\ k\Omega,\ t = 25°C,\ R = 42,5\ k\Omega,\ \alpha = ?}$



Termistor je nejjednodušší polovodičová součástka.

Je to teplotně závislý rezistor, vyrobený z oxidů kovů (např. Mn, Fe, Co, Ni…). Termistory se vyrábějí ve tvaru tyčinek, destiček nebo perliček, které jsou opatřeny dvěma vývody.

Změna odporu závisí na materiálu, z něhož je termistor vyroben. Tuto závislost charakterizuje tzv. teplotní součinitel elektrického odporu α.S rostoucí teplotou se odpor termistoru rychle zmenšuje a proud v obvodu roste. Termistory se využívají pro měření a regulaci teploty, pro stabilizaci elektrických obvodů aj.

Pro závislost termistoru na teplotě platí:

$R = R_0\,.\,(1 + \alpha.\Delta t)$ kde $\Delta t = t - t_0$; z minulých kapitol už víme, že $\Delta t = \Delta T$

$$1 + \alpha.\Delta t = \frac{R}{R_0},\ \alpha.\Delta t = \frac{R}{R_0} - 1 \Longrightarrow \alpha.\,\Delta t = \frac{R - R_0}{R_0} \Longrightarrow \boldsymbol{\alpha = \frac{R - R_0}{R_0.\Delta T}}$$

Jednotky odporu nemusíme převádět; vykrátí se!

Po dosazení: $\alpha = \frac{42,5k\Omega - 50k\Omega}{50k\Omega.5K} = -0,03\ K^{-1}$

Teplotní součinitel odporu má hodnotu $\alpha = -0,03\ K^{-1}$.

4. Střední hodnota teplotního součinitele odporu termistoru má hodnotu $\alpha = -0,05\ K^{-1}$. O kolik se musí zvýšit teplota termistoru, aby se jeho odpor zmenšil na polovinu?

Řešení:

$\boldsymbol{\alpha = -0,05\ K^{-1},\ R_t = \frac{R_{t0}}{2},\ \Delta t = t - t_0 = \Delta T}$

Pro závislost termistoru na teplotě platí:

$R_t = R_{t0} \cdot (1 + \alpha.\Delta t)$, kde $\Delta t = t - t_0$

$$\Rightarrow 1 + \alpha.\Delta t = \frac{R_t}{R_{t0}} \Rightarrow \alpha.\Delta t = \frac{R_t}{R_{t0}} - 1 \Rightarrow \Delta t = \frac{\frac{R_t}{R_{t0}} - 1}{\alpha} \Rightarrow \mathbf{\Delta t} = \frac{R_t - R_{t0}}{R_{t0}.\alpha}$$

Obrázek 16

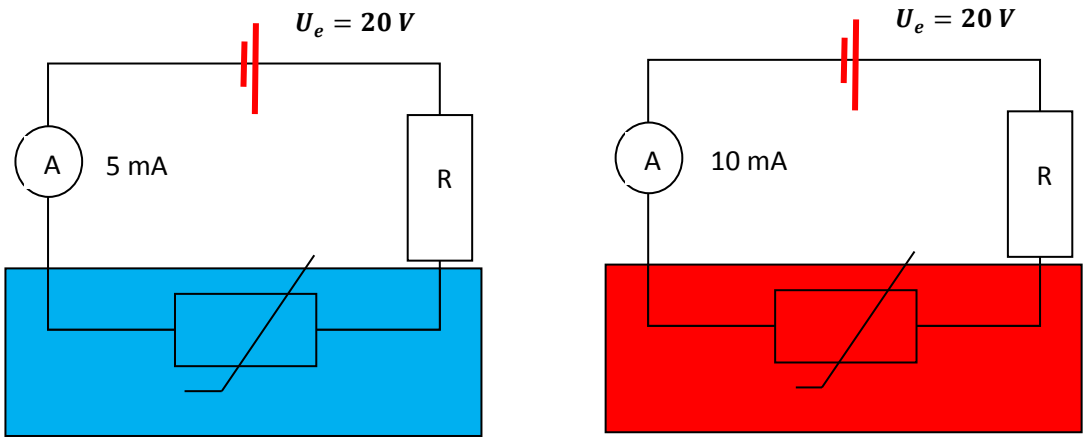
$$\text{Po dosazení: } \Delta t = \frac{\frac{R_{t0}}{2} - R_{t0}}{R_{t0}.\alpha} = \frac{R_{t0} - 2.R_{t0}}{2.R_{t0}.\alpha} = \frac{-R_{t0}}{2.R_{t0}.\alpha} = \frac{-1}{2.\alpha} = \frac{-1}{2.(-0{,}05)}\,°C = 10\,°C$$

Teplota termistoru se musí zvýšit o 10 °C .

5. Ke zdroji o napětí 20 V je do série zapojen termistor a rezistor o odporu 1 kΩ. Při teplotě 20 °C jsme ampérmetrem naměřili v obvodu hodnotu proudu 5 mA. Po ponoření termistoru do teplé vody se proud v obvodu zvětšil na 10 mA. Jaká je teplota vody, jestliže při vztažné teplotě 20 °C je střední hodnota teplotního součinitele odporu -0,04 K^{-1}?

Řešení:

$\boldsymbol{U_e = 20\,V, t_0 = 20°\,C, R = 1\,k\Omega = 10^3\,\Omega, t = 20°\,C, I_0 = 5\,mA = 5.10^{-3}A, I = 10\,mA = 10^{-2}A,}$
$\boldsymbol{\alpha = -0{,}04\,K^{-1}, t = ?}$



Termistor je do obvodu připojen sériově, proto celkový odpor obvodu bude roven součtu odporu rezistoru a termistoru $\Rightarrow R + R_t$

Z Ohmova zákona platí: 1) $U_e = (R + R_{t0}).I_0 \Rightarrow R + R_{t0} = \frac{U_e}{I_0} \Rightarrow$ $\boxed{R_{t0} = \frac{U_e}{I_0} - R}$

2) $U_e = (R + R_t).I \Rightarrow R + R_t = \frac{U_e}{I} \Rightarrow$ $\boxed{R_t = \frac{U_e}{I} - R}$

Pro závislost termistoru na teplotě platí:

$R_t = R_{t0} \cdot (1 + \alpha.\Delta t)$, kde $\Delta t = t - t_0$; z minulých kapitol už víme, že $\Delta t = \Delta T$

$\Rightarrow 1 + \alpha.\Delta t = \frac{R_t}{R_{t0}} \Rightarrow \alpha.\Delta t = \frac{R_t}{R_{t0}} - 1 \Rightarrow t - t_0 = \frac{\frac{R_t}{R_{t0}} - 1}{\alpha} = \frac{R_t - R_{t0}}{R_{t0}.\alpha} \Rightarrow t = \frac{R_t - R_{t0}}{R_{t0}.\alpha} + t_0$; nyní dosadíme vztahy pro měnící se odpor termistoru:

$$t = \frac{R_t - R_{t0}}{R_{t0}.\alpha} + t_0 = \frac{\frac{U_e}{I} - R - \frac{U_e}{I_0} + R}{(\frac{U_e}{I_0} - R).\alpha} + t_0 \Rightarrow \mathbf{t = \frac{\frac{U_e}{I} - \frac{U_e}{I_0}}{(\frac{U_e}{I_0} - R).\alpha} + t_0}$$

Po dosazení:

$$t = \frac{\frac{20}{10^{-2}} - \frac{20}{5.10^{-3}}}{\left(\frac{20}{5.10^{-3}} - 10^3\right).(-0{,}04)} + 20 \doteq 16{,}7 + 20 = 36{,}7\ °C$$

Termistor je ponořený do vody o teplotě 36,7 °C.

6. Napětí na termistoru má stálou hodnotu U = 4,5 V. Při teplotě $t_1 = 20\ ^0C$ prochází termistorem proud $I_1 = 9$ mA, při teplotě $t_2 = 22\ ^0C$ proud $I_2 = 10$ mA. Určete velikosti odporu termistoru při těchto teplotách a také teplotní součinitel odporu α.

Řešení:

$$\boldsymbol{U = 4{,}5\ V,\ t_1 = 20°C, I_1 = 9\ mA = 9.10^{-3}A,\ t_2 = 22°C, I_2 = 10\ mA = 10^{-2}A,\ R_1, R_2, \alpha = ?}$$

Tato úloha je jednoduchá. Veškerá teorie potřebná k jejímu vyřešení už byla probrána v předcházejících příkladech.

Pro odpor termistoru platí: $\mathbf{R_1 = \frac{U}{I_1}}$ $\mathbf{R_2 = \frac{U}{I_2}}$

$$R_2 = R_1 . (1 + \alpha.\Delta t) = R_1 . [1 + \alpha.(t_2 - t_1)] \Rightarrow [1 + \alpha.(t_2 - t_1)] = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\Rightarrow \alpha.(t_2 - t_1) = \frac{R_2}{R_1} - 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\frac{R_2}{R_1} - 1}{t_2 - t_1} \Rightarrow \mathbf{\alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_1.(t_2 - t_1)}}$$

Po dosazení:

$$R_1 = \frac{4{,}5}{9.10^{-3}} = 0{,}5.10^3\ \Omega = 500\ \Omega \qquad R_2 = \frac{4{,}5}{10^{-2}}\ \Omega = 450\ \Omega$$

$$\alpha = \frac{450 - 500}{500.(22 - 20)}\ K^{-1} = -0{,}05\ K^{-1}$$

Odpory termistoru při daných teplotách mají hodnotu 500 Ω a 500 Ω. Teplotní součinitel $\alpha = -0{,}05\ K^{-1}$.

7. V elektrickém obvodu je zapojen rezistor o odporu 10 Ω a polovodičová křemíková dioda v propustném směru. Na obrázku je zakreslena voltampérová charakteristika diody.

a) Nakreslete elektrický obvod včetně ampérmetru a voltmetru, který je připojen pouze na diodu.

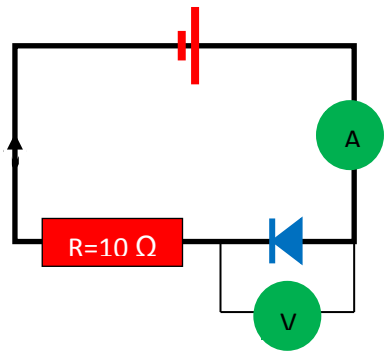
b) Jaký údaj bude na voltmetru, jestliže ampérmetr ukazuje 250 mA?

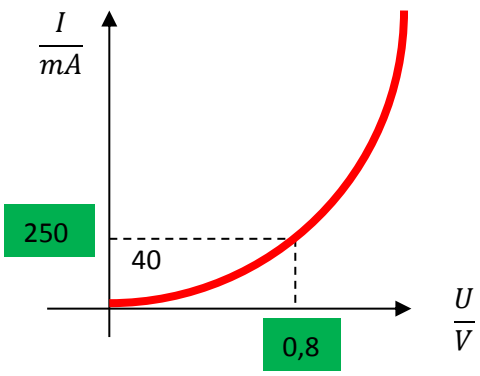
c) Určete napětí na rezistoru a svorkové napětí baterie.

Řešení:

$$\boldsymbol{R = 10\ \Omega, I = 250\ mA = 25.10^{-2}A, U_D, U_R, U = ?}$$

a)





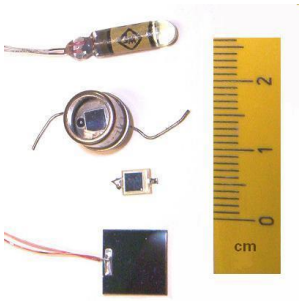
b) Proud diodou není přímo úměrný napětí, tj. neplatí Ohmův zákon. Velikost napětí na diodě při známém

proudu musíme odečíst z grafu.

Protože voltmetr je ideální, tak celým obvodem protéká stejný proud. Ampérmetr tedy skutečně ukazuje hodnotu proudu diodou, baterií i rezistorem.

Z voltampérové charakteristiky zjistíme, že proud procházející diodou I_D=250 mA odpovídá napětí na diodě $U_D = 0{,}8\ V$

Obrázek 17



c) Rezistorem i diodou protéká stejný proud. Pro velikost úbytku napětí na rezistoru platí Ohmův zákon:

$\Longrightarrow \mathbf{U_R = R\,.\,I}$

Po dosazení : $U_R = 10.25.10^{-2}V = 2{,}5\ V$

Svorkové napětí je rovno součtu napětí na rezistoru a diodě

$\Longrightarrow \mathbf{U = U_R + U_D}$

Z voltampérové charakteristiky diody už jsme v části b) zjistili, že proudu I_D=250mA odpovídá napětí na diodě $U_D = 0{,}8\ V$

Po dosazení : $U = (2{,}5 + 0{,}8)V = 3{,}3\ V$

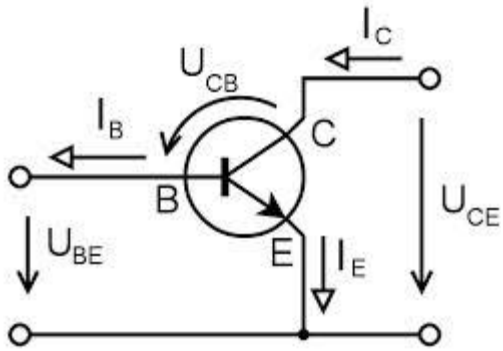
Na diodě bude napětí 0,8 V, na rezistoru bude napětí 2,5 V a svorkové napětí má hodnotu 3,3 V.

8. Tranzistorem, který pracuje v zapojení se společným emitorem, procházejí proudy I_B = 20 µA, I_C = 2 mA. Napětí mezi bází a emitorem je U_{BE} = 0,7 V, napětí mezi kolektorem a emitorem je U_{CE} =20 V. Vypočítejte výkony v obou zdrojích a porovnejte je.

Řešení:

$\mathbf{I_B = 20\ \mu A = 2.10^{-5}A,\ I_C = 2\ mA = 2.10^{-3}A, U_{BE} = 0{,}7\ V, U_{CE} = 20\ V, P_1, P_2 = ?}$

Obrázek 18



Obrázek 19

Musíme samozřejmě předpokládat, že nedochází ke ztrátám energie; tzn. platí zákon zachování energie

Pro výkon v obou zdrojích pak platí:

$\mathbf{P_B = U_{BE}.I_B}$

Po dosazení:

$P_B = 0{,}7.2.10^{-5}W = 1{,}4\,.\,10^{-5}W = 14.10^{-6}W = 14\ \mu W$

$\mathbf{P_C = U_{CE}.I_C}$

Po dosazení:

$P_C = 20.2.10^{-3}W = 40\,.\,10^{-3}W = 40\ mW$

A nyní porovnáme oba výkony:

$\frac{P_C}{P_B} = \frac{40\,.10^{-3}}{14.10^{-6}} = 2857 \Longrightarrow P_C = 2857\ P_B$

Pozn: Při zapojení tranzistoru se společným emitorem prochází obvodem báze malý proud, který je příčinou vzniku mnohem většího proudu v kolektorovém obvodu. Nastal tzv. tranzistorový jev. Tranzistor je zapojený jako zesilovač. Pomocí obvodu s malým proudem a výkonem tedy ovládáme větší proud a výkon v obvodu kolektorovém.
V elektrických obvodech může být tranzistor zapojen třemi základními způsoby. Podle elektrody, která je společná pro vstupní i výstupní obvod, se rozlišuje zapojení se společným emitorem, společnou bází a společným kolektorem.

Zapojení tranzistoru se společnou bází výrazně zesiluje napětí a nepatrně zeslabuje proud. Zesiluje tedy výkon.

Díky zesilování napětí i proudu se při zapojení tranzistoru se společným emitorem zesiluje výkon více než v zapojení se společnou bází. Proto je zapojení se společným emitorem výhodnější a více používané.

9. Tranzistor, který pracuje se společným emitorem, má bázový proud I_{B1}= 30 µA, kolektorový I_{C1} = 2 mA. Určitě kolektorový proud I_{C2} při proudu báze I_{B2} = 100 µA, pokud proudový zesilovací činitel je β = 60.

Řešení:

$$\boldsymbol{I_{B1} = 30\ \mu A = 3.10^{-5} A, I_{C1} = 2\ mA = 2.10^{-3} A, I_{B2} = 100\ \mu A = 10^{-4} A, \beta = 60, I_{C2} = ?}$$

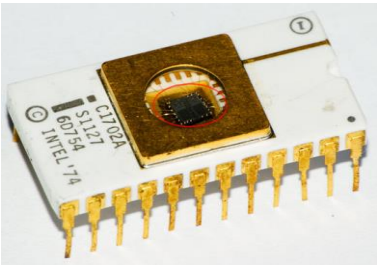
Při činnosti tranzistoru dochází k zesílení proudu. Tomu odpovídá základní použití tranzistoru jako zesilovače v elektronických zařízeních. Základním parametrem je pak proudový zesilovací činitel β , který vystihuje zesilovací funkci tranzistoru a je definován vztahem:

$$\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}\ ;\ U_{CB} = konst.$$

Odtud můžeme určit I_{C2}:

$$\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} = \frac{I_{C2} - I_{C1}}{I_{B2} - I_{B1}} \Rightarrow I_{C2} - I_{C1} = \beta.(I_{B2} - I_{B1}) \Rightarrow \mathbf{I_{C2} = \beta.(I_{B2} - I_{B1}) + I_{C1}}$$

Po dosazení: $I_{C2} = (60.(10^{-4} - 3.10^{-5}) + 2.10^{-3})A = 6{,}2\,.\,10^{-3} A = 6{,}2\ mA$
Kolektorový proud má hodnotu 6,2 mA .



Obrázek 20

Pozn. Tranzistory se v elektronice používají nejen jako jednotlivé součástky, ale jsou funkčními prvky integrovaných obvodů. První integrovaný obvod zkonstruoval **Jack St Clair Kilby** z firmy Texas Instruments již v roce 1958. V roce 1966 sestrojil také první kapesní kalkulačku založenou na integrovaném obvodu umějícím sčítat, odčítat, násobit a dělit. V roce 2000 získal Nobelovu cenu za fyziku.

10. Jaký elektrický proud procházel elektrolytem, když měděná katoda vážila před měřením 30 g a po měření, které trvalo 40 minut, 34 g?

Řešení:

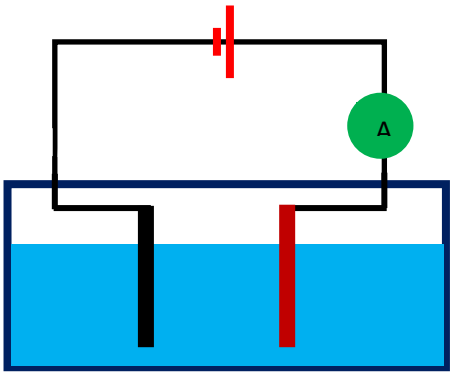
$$\boldsymbol{m_0 = 30\ g = 3.10^{-2} kg, m = 34\ g = 3{,}4.10^{-2} kg, t = 40\ min = 2\ 400\ s, I = ?}$$

Elektrolyty jsou kapaliny (roztoky kyselin, zásad a solí), které vedou elektrický proud.

Vodivost elektrolytu způsobují kladné a záporné ionty, uváděné do pohybu elektrickým polem, které vzniká mezi elektrodami. Ty jsou ponořené do elektrolytu a připojené ke zdroji stejnosměrného napětí. Kladná elektroda se nazývá anoda, záporná katoda.

Elektrolytická disociace je děj, při kterém nastává rozpad látky na ionty.

Elektrolýza je jev, kdy průchodem proudu elektrolytem dochází na elektrodách k látkovým změnám.



Pokus k našemu příkladu jste určitě viděli v hodinách fyziky:
Do nádoby s roztokem síranu měďnatého (modrá skalice) ponoříme uhlíkovou katodu a měděnou anodu. Kationty mědi Cu^{2+} přijímají na katodě dva elektrony a vylučují se jako neutrální atomy. Anionty SO_4^{2-} reagují s materiálem anody a vytvářejí nové molekuly $CuSO_4$. Z anody přechází do roztoku právě tolik atomů mědi, kolik se jich vyloučí na katodě. Koncentrace roztoku se nemění.
V pokusu jsme viděli, že černá uhlíková katoda se po určitém čase pokryla vrstvičkou mědi. Zároveň ubývá materiálu anody, což samozřejmě nemůžeme za tak krátký čas vidět!

Pro vyřešení našeho příkladu použijeme **I. Faradayův zákon:**
Hmotnost m látky vyloučené na katodě při elektrolýze, je přímo úměrná náboji Q, který prošel elektrolytem.
Matematický zápis:

$$\boxed{m = A.Q = A.I.t}$$

Konstanta úměrnosti **A** se nazývá elektrochemický ekvivalent; je pro danou látku charakteristická a najdeme ji v MFCH tabulkách. $A_{Cu} = 0{,}329.10^{-6}\ kg.C^{-1}$

$$\Delta m = m - m_0 = A.Q = A.I.t \implies \mathbf{I} = \frac{\mathbf{m} - \mathbf{m_0}}{\mathbf{A}\,.\,\mathbf{t}}$$

Po dosazení: $I = \frac{3{,}4.10^{-2} - 3.10^{-2}}{0{,}329.10^{-6}.2400}\ A = 5{,}065\ A$

Elektrolytem procházel proud 5,065 A.

11. Elektrolytem $CuSO_4$ prochází proud 1 A. Kolik atomů mědi se vyloučí na katodě za 10 sekund?

Řešení:

$\boldsymbol{I = 1{,}2\ A, t = 20\ s,\ \ A_{Cu} = 0{,}329.10^{-6}\ kg.C^{-1}}$, **N** =?

Z předcházejícího příkladu víme, že kationty mědi Cu^{2+} přijímají na uhlíkové katodě dva elektrony a vylučují se jako neutrální atomy.

Při výpočtu musíme „zabrousit“ do molekulové fyziky:

Z **I. Faradayova zákona víme, že** hmotnost m látky, vyloučené na katodě při elektrolýze, je přímo úměrná náboji Q, který prošel elektrolytem $\Longrightarrow$

$$m = A.Q = A.I.t$$

Pro hmotnost m platí: $m = N.m_0$

kde N je počet atomů mědi vyloučených na katodě, m_0 je hmotnost jednoho atomu mědi, kterou zjistíme právě pomocí molárních veličin:

$m_0 = \frac{M_m}{N_A} = \frac{M_r.10^{-3}}{N_A}$; $M_m = M_r\,.10^{-3}$ je molární hmotnost, N_A Avogadrova konstanta, která udává počet částic v jednom molu.

Tyto dvě konstanty opět zjistíme z MFCH tabulek: $N_A = 6{,}022.10^{23} mol^{-1}$, $M_m = 63{,}546\,.10^{-3}\ kg.mol^{-1}$

$$\Longrightarrow \quad m = A.I.t \implies N.\frac{M_m}{N_A} = A.I.t \implies \mathbf{N} = \frac{\mathbf{N_A.\ A.\ I.\ t}}{\mathbf{M_m}}$$

Po dosazení: $N = \frac{6{,}022.10^{23}.\ 0{,}329.10^{-6}.\ 1{,}2\ .\ 20}{63{,}546\ .10^{-3}} = 7{,}48.10^{19}$ Na katodě se vyloučí $7{,}48.10^{19}$ atomů mědi.

12.

Určete:

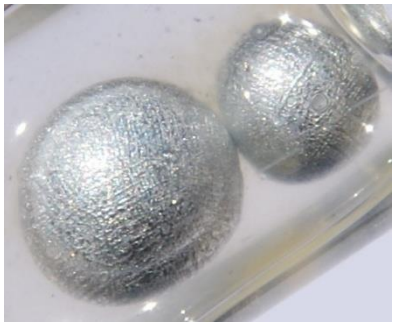
a) Množství hliníku, který se vyloučí při elektrolýze na katodě za den proudem 5 kA?

b) Jakým proudem by se vyloučil z elektrolytu chrom s hmotností 15 g za 1 hodinu?

Řešení:

$\boldsymbol{a)\ I = 5\ kA = 5.10^3\ A, \mathrm{t} = 24\ \mathrm{hod} = 24.3600\ \mathrm{s},\ A_{Al} = 0{,}093.10^{-6}\ kg.C^{-1}, \mathrm{m} = ?}$

$\boldsymbol{b)\ m = 15\ g = 15.10^{-3}\mathrm{kg}, \mathrm{t} = 1\ \mathrm{hod} = 3600\ \mathrm{s},\ A_{Cr} = 0{,}18.10^{-6}\ kg.C^{-1}, \mathrm{I} = ?}$



Obrázek 21

Elektrolýza má široké technické využití při galvanickém pokovování, galvanickém leptání i v metalurgii; např. při výrobě hliníku.

a) $\mathbf{m = A.I.t}$

Po dosazení: $m = 0{,}093.10^{-6}.5.10^3.24.3600\ \mathrm{kg} = 40{,}176\ \mathrm{kg}$

Na elektrodě se vyloučí asi 40 kg hliníku.

b) $m = A.I.t \implies \mathbf{I = \frac{m}{A\ .\ t}}$

Po dosazení: I = $\frac{15.10^{-3}}{0{,}18.10^{-6}\ .\ 3600}$ = 23,148 A ≐ 23 A

Uvedené množství chromu se vyloučí na elektrodě proudem 23 A.

13.

Koule o poloměru 7 cm má být poniklovaná vrstvou tloušťky 0,13 mm. Jak dlouho je třeba ponechat kouli v elektrolytu při proudu 1 A?

Řešení:

$\boldsymbol{r = 7\ cm = 7.10^{-2}\ m, \mathrm{d} = 0{,}13\ \mathrm{mm} = 13\ .10^{-5} m,\ I = 1\ A, A_{Ni} = 0{,}304.10^{-6}\ kg.C^{-1}, \mathrm{t} = ?}$

Při výpočtu předpokládáme, že kulová vrstva o tak malé tloušťce svou tloušťku nemění

$\implies \mathrm{m} = \rho\ .\mathrm{V} = \rho\ .\mathrm{S.d} = \rho\ .4\ .\pi\ .\mathrm{r}^2.\mathrm{d}$

S = $4\ .\pi\ .\mathrm{r}^2$.... povrch koule ρ ... hustota niklu ⇒ MFCH tabulek $\rho_{\mathrm{Ni}} = 8{,}8\ .10^3\ \mathrm{kg.m}^{-3}$

Z I. Faradayova zákona víme, že $\mathrm{m} = \mathrm{A\ .Q} = \mathrm{A.I.t}$

$\implies A.I.t = \rho\ .4\ .\pi\ .r^2.d \implies \mathbf{t = \frac{\rho\ .4\ .\pi\ .r^2.d}{A\ .\ I}}$

Po dosazení: $\mathrm{t} = \frac{8{,}8\ .10^3\ .4\ .\ \pi\ .(7.10^{-2})^2.\ 13\ .10^{-5}}{0{,}304.10^{-6}\ .\ 1}$ s = 231 599 s ≐ 64 hod 20 min

Poniklování koule trvá asi 64 hod 20 min.

14.

Jakou energii potřebujeme, abychom při elektrolýze síranu měďnatého $CuSO_4$ získali měď o hmotnosti 2 g, jestliže elektrolýza probíhá při napětí 3 V?

Řešení:

$\boldsymbol{m = 2\ g = 2.10^{-3} kg, \mathrm{U} = 3\ \mathrm{V},\ A_{Cu} = 0{,}329.10^{-6}\ kg.C^{-1}, \mathrm{E} = ?}$

Z I. Faradayova zákona víme: $m = A.Q = A.I.t$

Pro práci elektrického proudu platí: W = E = U . I . t

V uvedených vzorcích neznáme ani proud I, ani čas t ! S tím si lehce poradíme! ☺

$\Longrightarrow$ druhou rovnici vydělíme první rovnicí: $\frac{E}{m} = \frac{U.I.t}{A.I.t} \Longrightarrow \mathbf{E} = \frac{\mathbf{U.m}}{\mathbf{A}}$

Po dosazení: $E = \frac{3.2.10^{-3}}{0{,}329.10^{-6}}\, J = 18\,237{,}08\, J \doteq 18{,}2\, kJ$

Na získání 2g mědi potřebujeme energii 18,2 kJ.

15. Určete elektrochemický ekvivalent hliníku a mědi.

Řešení:

$\mathbf{Al}$: $\mathbf{M_m = 26{,}982\,.\,10^{-3} kg.mol^{-1}, z_{Al} = 3}$ $\mathbf{Cu}$: $\mathbf{M_m = 63{,}546\,.\,10^{-3}\, kg.mol^{-1}, z_{Cu} = 2}$

Elektrolýzu popisuje ještě **II. Faradayův zákon**.

Ten vlastně vysvětluje význam elektrochemického ekvivalentu A, který vystupuje v I. Faradayově zákoně
$m = A.Q = A.I.t$

Je ale žádoucí, abyste mu také rozuměli! Nechcete se přece jen učit vzorečky!

V příkladu 10 jsme popsali, jak probíhá elektrolýza v případě síranu měďnatého. Ke katodě se pohybují kladně dvojmocné ionty mědi Cu^{2+}

$m = A.Q \Longrightarrow A = \frac{m}{Q}$

Hmotnost vyloučené mědi popisuje příklad 11: $m = N.m_0$

$m_0 = \frac{M_m}{N_A} = \frac{M_r.10^{-3}}{N_A}$; $M_m = M_r\,.10^{-3}$ je molární hmotnost, N_A Avogadrova konstanta, která udává počet částic v jednom molu.

$\Longrightarrow m = N.\frac{M_r.10^{-3}}{N_A}$

Náboj přenesený při elektrolýze:

Každý kationt mědi nese náboj +2e; kde e = 1,6.$10^{-19}C$ je elementární náboj (kladně dvojmocný iont má v obalu o dva elektrony méně, než je počet protonů v jádře). Některý iont je dvojmocný, některý trojmocný… Tato vlastnost se udává jako mocenství; valence… Značí se v různé literatuře různě $\Longrightarrow$ použijeme značku z.

$\Longrightarrow$ Obecně N iontů přenese při elektrolýze náboj: Q = N.z.e

$$\Longrightarrow A = \frac{N.\frac{M_r.10^{-3}}{N_A}}{\text{N.z.e}} = \frac{M_r.10^{-3}}{N_A.\text{z.e}} = \frac{M_r.10^{-3}}{F.\text{z}} \Longrightarrow \boxed{A = \frac{M_r.10^{-3}}{F.\text{z}} = \frac{M_m}{F.\text{z}}}$$

F = N_A. e = 6,022. $10^{23} mol^{-1}$. 1,6.$10^{-19}C$ = 9,65 . $10^4\, C.mol^{-1}$ je Faradayova konstanta

Uvedený vztah představuje matematický zápis **II. Faradayova zákona, který se slovně dá vyjádřit větou**: Látková množství různých látek vyloučených při elektrolýze týmž nábojem jsou chemicky ekvivalentní. (A to nám, fyzikům, moc neříká! ☹)

$\Longrightarrow$ Teď už tomu všemu rozumíme a příklad vyřešíme prostým dosazením do II. Faradayova zákona:

$A_{Al} = \frac{26{,}982\,.10^{-3}}{9{,}65\,.10^4.\ 3}\, kg.C^{-1} = 9{,}32.10^{-8} kg.C^{-1} = 0{,}093\,.10^{-6} kg.C^{-1}$

$A_{Cu} = \frac{63{,}546\,.10^{-3}}{9{,}65\,.10^4.\ 2}\, kg.C^{-1} = 3{,}29.10^{-7} kg.C^{-1} = 0{,}329\,.10^{-6} kg.C^{-1}$

Tyto údaje souhlasí s MFCHT tabulkami; už jsme je používali v předcházejících příkladech.

16. Akumulátorová baterie se nabíjela proudem 60 A po dobu 5 h a vybíjela proudem 25 A po dobu 10 h. Jak velká je kapacita baterie a její nábojová účinnost?

Řešení:

$\boldsymbol{I_1 = 60\ A, t_1 = 5\ h, I_2 = 25\ A, t_2 = 10\ h, Q_2 = ?, \eta_Q = ?}$

Akumulátor je sekundární zdroj elektrické energie. Stává se zdrojem až po předchozím nabití.

Obrázek 22

Kapacita akumulátoru je určena celkovým nábojem, který může akumulátor vydat při vybíjení

$\Longrightarrow \mathbf{Q_2 = I_2 . t_2}$

Po dosazení: $Q_2 = 25 .10\ A.h = 250\ A.h$

Nábojová účinnost akumulátoru je definována jako poměr náboje vydaného při vybíjení a náboje přijatého při nabíjení.

$\Longrightarrow \boldsymbol{\eta_Q = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{I_2 . t_2}{I_1 . t_1}}$

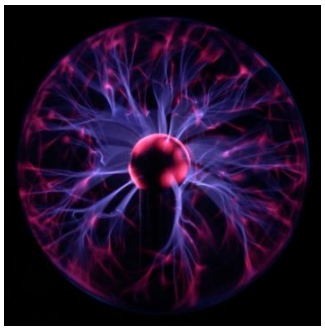
Po dosazení: $\boldsymbol{\eta_Q = \frac{25 .10}{60 . 5} = 0,833 = 83,3\%}$

Akumulátor má kapacitu $250\ A.h$ a nábojovou účinnost 83,3%.

17. Určete intenzitu elektrického pole E potřebnou k ionizaci nárazem elektronu ve vzduchu (E_i= 15 eV) při normálním tlaku. Volná dráha elektronu je d = 3.10 $^{-6}$ m.

Řešení:

$\boldsymbol{E_i = 15\ eV, d = 3.10^{-6}\ m, E = ?}$



Obrázek 23

Za běžných okolností jsou plyny velmi dobrými izolanty a jejich elektrická vodivost je zanedbatelná. Elektricky vodivými se stanou **ionizací**, kdy se z původně neutrálního atomu uvolní elektron, a vznikne tak kladný iont a záporný elektron, který může být dále zachycen neutrálním atomem a vznikne iont záporný.

Ionizační energie E_i je rovna práci, potřebné k této ionizaci: $E_i = W = Q.U$

$\Longrightarrow [E_i] = C.V = J$

Co představuje jednotka eV ? eV = $1,6.10^{-19} C.V = 1,6.10^{-19} J$

$$E = \frac{F_e}{e} = \frac{\frac{E_i}{d}}{e} \Longrightarrow \mathbf{E = \frac{E_i}{e.d}}$$

Po dosazení:

$E = \frac{15.1,6.10^{-19}}{1,6.10^{-19}.3.10^{-6}}\ V.m^{-1} = 5.10^6\ V.m^{-1}$

Intenzita elektrického pole je $5.10^6\ V.m^{-1}$.

18. Mezi zemí a mrakem vznikl výboj ve formě blesku, při kterém byl přenesen náboj 20 C. Rozdíl potenciálů mezi mrakem a zemí byl 10^6 V. Blesk trval 10^{-3} s. Určete energii výboje a střední hodnotu vzniklého proudu.

Řešení:

$\boldsymbol{Q = 20\ C, U = \varphi_{Z-}\ \varphi_m = 10^6\ V, t = 10^{-3} s, E_v = ?, I = ?}$

Obrázek 24

Použijeme známý vztah z elektřiny: $\mathbf{E_v = U.Q}$

Po dosazení: $E_v = 10^6.20\,J = 20\,MJ$

Energii výboje lze také určit ze vztahu: $E_v = U.Q = U\,.I\,.t \implies \mathbf{I = \frac{E_v}{U\,.t}}$

Po dosazení: $I = \frac{20.10^6}{10^6\,.\,10^{-3}}\,A = 20.10^3 A = 20\,kA$

Energie výboje je $20\,MJ$ a střední hodnota proudu $20\,kA$.

19. Ve vzduchu je umístěna kovová koule o poloměru r = 3 cm. Na jaký potenciál je možné nabít kouli, pokud intenzita elektrického pole, při které ve vzduchu nastává samostatný výboj, má velikost 3 MV.m $^{-1}$?

Řešení:

$\boldsymbol{r = 3cm = 3.10^{-2} m, E = 3\ MV.m^{-1} = 3\,.10^6\ V.m^{-1}, \varphi = ?}$

Pro potenciál kulového vodiče platí: $\varphi = k\,.\frac{Q}{r}$; k ≐ 9 . $10^9\ N.m^2.kg^{-2}$

Náboj koule zjistíme ze vztahu pro intenzitu elektrického pole na povrchu koule: $E = k\,.\frac{Q}{r^2} \implies Q = \frac{E.r^2}{k}$

$\implies \varphi = k\,.\frac{Q}{r} = k\,.\frac{\frac{E.r^2}{k}}{r} \implies \boldsymbol{\varphi = E\,.r}$

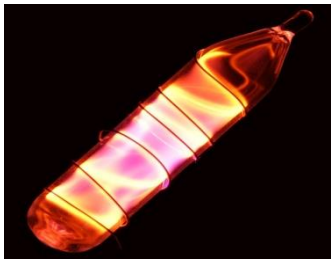
Po dosazení: $\varphi = 3\,.10^6\,.3.10^{-2} V = 9.10^4 V = 90.10^3 V$ = 90 kV

Kovovou kouli můžeme nabít na potenciál $90\ kV$.

20. Jakou rychlost získá elektron při dopadu na anodu vyčerpané trubice, pokud je napětí mezi anodou a katodou 3 kV a počáteční rychlost elektronu je nulová?

Řešení:

$\boldsymbol{U = 3\ kV = 3.10^3\ V, m_e = 9,1.10^{-31}\ kg}$, **v = ?**



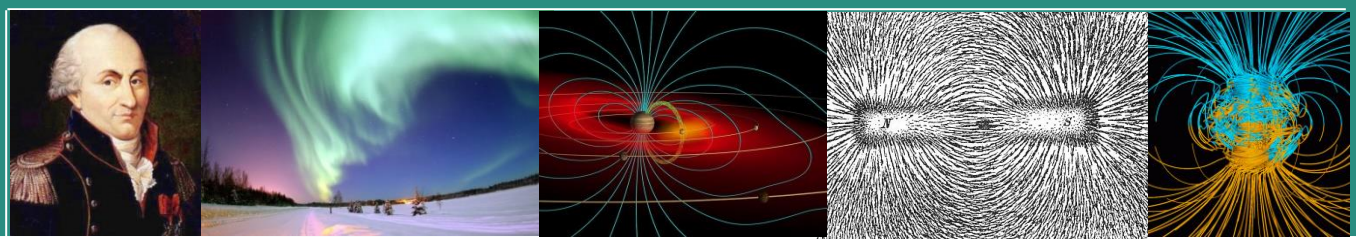
Obrázek 25

Elektron získá na cestě k anodě takovou kinetickou energii, která je rovna práci elektrického pole. Pro kinetickou energii elektronu platí vztah:

$E_k = \frac{1}{2}\,.m_e\,.v^2$ $m_e = 9{,}1.10^{-31} kg$. Práce elektrického pole je dána vztahem: $E = e\,.U$

$\implies \frac{1}{2}\,.m_e\,.v^2 = e\,.U \implies \mathbf{v} = \sqrt{\frac{2.e.U}{m_e}}$

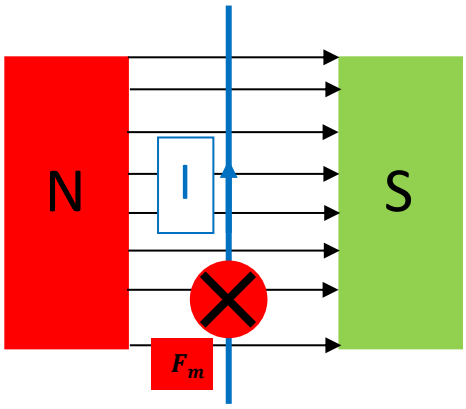
Stacionární magnetické pole



1. Vodičem, který je umístěn v homogenním stacionárním magnetickém poli kolmo ke směru indukčních čar a má aktivní délku 7 cm, prochází proud 20 A. Magnetické pole působí na vodič silou 60 mN. Určete velikost magnetické indukce.

Řešení:

$\mathbf{l = 7\ cm = 7.10^{-2}\ m, I = 20\ A, F_m = 60\ mN = 6.10^{-2}\ N, B = ?}$



Na vodič s proudem, který je umístěn kolmo k indukčním čarám, působí v magnetickém poli síla o velikosti:

$$F_m = B.I.l$$

B je velikost magnetické indukce, l „aktivní „ délka vodiče.

Její směr určuje **Flemingovo pravidlo levé ruky (FPLR)**: Otevřenou levou ruku vložíme do homogenního magnetického pole tak, aby indukční čáry vstupovaly do dlaně a prsty ukazovaly směr elektrického proudu; odtažený palec pak ukazuje směr síly, kterou působí magnetické pole na vodič s proudem.

Z obrázku vidíme, že $\overrightarrow{F_m}$ směřuje za nákresnu! Ale zpět k výpočtu:

$F_m = B.I.l \Longrightarrow \mathbf{B} = \frac{F_m}{I.l}$

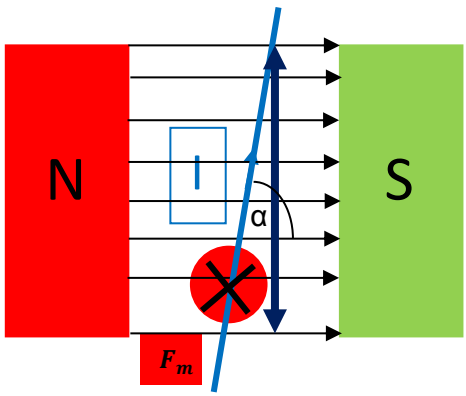
Po dosazení: $B = \frac{6.10^{-2}}{20.7.10^{-2}}$ T = $0{,}0429\ T \doteq 43\ mT$

Vektor magnetické indukce má velikost 43 mT.

2. Na přímý vodič délky 12 cm, kterým prochází proud 3A, působí v homogenním magnetickém poli s magnetickou indukcí 0,2 T síla 30 mN. Určete úhel, který svírá vodič se směrem magnetických indukčních čar.

Řešení:

$\mathbf{l = 12\ cm = 12.10^{-2}\ m, I = 3\ A,\ F_m = 30\ mN = 3.10^{-2}\ N, B = 0{,}2\ T, \alpha = ?}$



Z obrázku vidíme, že v tomto případě je aktivní délkou kolmý průmět délky vodiče do roviny, která je kolmá k indukčním čarám.

$\Longrightarrow F_m = B.I.l.sin\alpha$

$\Longrightarrow \mathbf{sin\alpha} = \frac{F_m}{B.I.l}$

Po dosazení: $sin\alpha = \frac{3.10^{-2}}{0{,}2\ .3.12.10^{-2}} = 0{,}417 \Longrightarrow \alpha = 24°37'$

Vodič svírá se směrem indukčních čar úhel $\alpha = 24°37'$.

3. Vodič, kterým prochází proud 2A a který má obsah příčného řezu $S = 1\ \mathrm{mm}^2$, se pohybuje v homogenním magnetickém poli se stálým zrychlením $4\ \mathrm{m.s}^{-2}$ kolmo na směr indukčních čar. Hustota látky vodiče je $2700\ \mathrm{kg.m}^{-3}$. Určete velikost magnetické indukce.

Řešení:

$\mathbf{I = 2\ A, S = 1\ mm^2 = 1\,.\,10^{-6}\ m^2, a = 4\ m.s^{-2}, \rho = 2700\ kg.m^{-3}, B = ?}$

Síla, která způsobuje pohyb vodiče s daným zrychlením, je síla magnetická: $F_m = B.I.l$

Pokud by vše „hrálo“ jako v příkladu 1., pohyboval by se vodič za nákresnu.

Podle druhého Newtonova pohybového zákona síly platí: $F_v = m\,.\,a$

$\Rightarrow F_m = F_m \Rightarrow B.I.l = m\,.\,a \Rightarrow B = \frac{m\,.\,a}{I\,.\,l}$

Pro neznámou hmotnost vodiče použijeme známý vztah: $m = \rho\,.V = \rho\,.S\,.l$

$$B = \frac{\rho\,.S\,.l.\ a}{I\,.\,l} \Rightarrow \mathbf{B = \frac{\rho\,.\,S\,.\,a}{I}}$$

Po dosazení: $B = \frac{2700\,.\,1.10^{-6}\,.\,4}{2}\ \mathrm{T} = 5{,}4\,.\,10^{-3}\ \mathrm{T} = 5{,}4\ \mathrm{mT}$

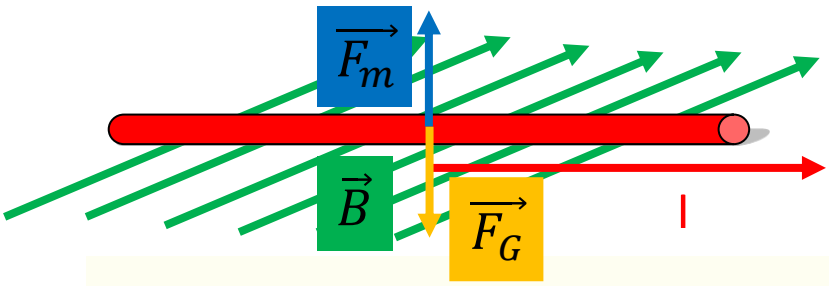
Vektor magnetické indukce má velikost 5,4 mT.

4. Přímý hliníkový vodič, který leží rovnoběžně s povrchem Země, má délku 80 cm a prochází jím proud 15 A ve směru od západu k východu. Vodič se nachází v magnetickém poli Země v místě, kde je magnetická indukce rovnoběžná s povrchem Země a směřuje na sever. Její velikost je $5{\cdot}10^{-5}$ T. Určete:

a) velikost a směr magnetické síly působící na vodič s proudem,

b) velikost elektrického proudu vodičem o hmotnosti 20 g, který by způsoboval vznášení vodiče v tíhovém poli.

Řešení:



$\mathbf{l = 80\ cm = 0{,}8\ m,\ I = 15\ A, B = 5\,.\,10^{-5}\ m^2, m = 20\ g = 2.\,10^{-2} kg,}$
$\mathbf{F_m = ?,\ I_x = ?}$

a) Na vodič s proudem, který se nachází v magnetickém poli, působí magnetická síla o velikosti

$\mathbf{F_m = B.I.l}$

Po dosazení:

$F_m = 5\,.\,10^{-5}.\,15.\,0{,}8\ N = 6.\,10^{-4}\ \mathrm{N} = 0{,}6\ \mathrm{mN}$

Směr vektoru magnetické síly určíme opět pomocí Flemingova pravidla levé ruky. Magnetická síla je kolmá na vektor magnetické indukce a na vodič s proudem a směřuje nahoru. To znamená, že mírně „nadlehčuje“ vodič.

b) Aby se mohl vodič s proudem nadnášet v tíhovém poli Země, musí být magnetická síla z a) aspoň tak velká, jako tíhová síla působící na vodič v tíhovém poli Země.

$\Rightarrow F_m = F_G \Rightarrow B.I.l = m\,.\,g \Rightarrow \mathbf{I = \frac{m\,.\,g}{B\,.\,l}}$

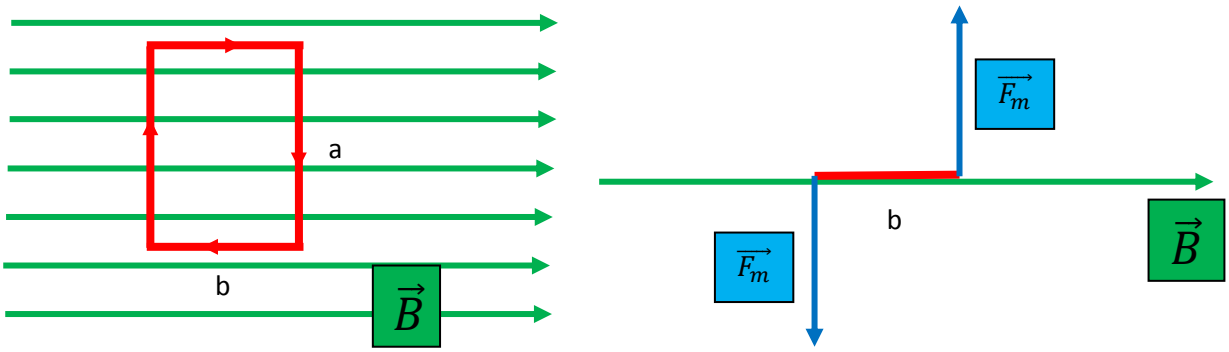
Po dosazení: $I = \frac{2.10^{-2}\,.\,10}{5\,.10^{-5}\,.\,0{,}8}\ A = 5\,000 A$ = 5 kA

Pozn. Pokud by vodičem procházel elektrický proud v opačném směru, tedy od východu na západ, magnetická síla působící na vodič s proudem by měla opačný směr, směřovala by dolů. Vodič by se v tíhovém poli nenadnášel, ale byl by naopak přitlačen směrem dolů.

5. V homogenním magnetickém poli o magnetické indukci 0,5 T leží na vodorovné nevodivé rovinné podložce pevný vodivý závit ve tvaru obdélníka. Indukční čáry magnetického pole jsou rovnoběžné s jeho kratší stranou. Rozměr závitu jsou 7 cm a 4 cm. Jaký minimální proud musí procházet závitem, aby se začal otáčet kolem delší strany?. Jak velký je moment dvojice magnetických sil, jestliže elektrický proud má velikost 3 A?

Řešení:

$\mathbf{B = 0,5\ T, a = 7\ cm = 7\,.\,10^{-2}\ m, b = 4\ cm = 4\,.\,10^{-2}\ m, I = 3\ A, D = ?}$



Z minulých příkladů víme, že na delší stranu závitu působí magnetická síla o velikosti: $F_m = B.I.l = B.I.a$

Směr vektoru magnetické síly určíme opět pomocí Flemingova pravidla levé ruky – viz obrázek

⟹ na závit působí dvojice sil s ramenem dvojice sil b (na kratší stranu závitu magnetická síla nepůsobí).

⟹ moment dvojice těchto sil má velikost: $\mathbf{D = F_m\,.\,b = B.I.a\,.\,b}$

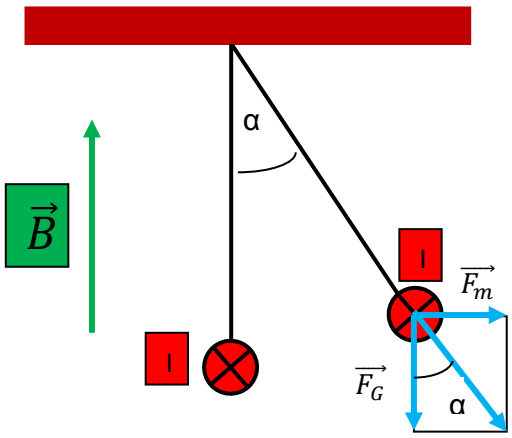
Po dosazení: $D = 0{,}5.3.7\,.\,10^{-2}\,.4\,.\,10^{-2}\ \mathrm{N\,.\,m} = 42.\,10^{-4}\ \mathrm{N\,.\,m} = 4{,}2\ \mathrm{mN.\,m}$

Na závit působí moment dvojice sil o velikosti $4{,}2\ \mathrm{mN.\,m}$.

6. Vodič o délce l = 80 cm a hmotnosti m = 0,16 kg je zavěšen na dvou tenkých závěsných vodičích a je umístěn v homogenním magnetickém poli, jehož indukční čáry mají směr svisle nahoru. Určitě úhel α, o který se závěsné vodiče odchýlí od svislého směru, jestliže vodičem prochází proud I = 2 A a B = 1 T.

Řešení:

$\mathbf{l = 80\ cm = 0,8\ m, m = 0,16\ kg, I = 2\ A, B = 1\ T}$



Na vodič s proudem I, který směřuje za nákresnu, působí magnetická síla $F_m = B.I.l$, která způsobí jeho vychýlení od svislého směru o úhel α (viz FPLR).

Na vodič působí svisle dolů také tíhová síla o velikosti $F_G = m\,.\,g$

Protože je vodič po vychýlení v klidu, má výslednice těchto sil směr prodloužení závěsu a podle obrázku platí:

$$\mathbf{tg\alpha = \frac{F_m}{F_G} = \frac{B.I.l}{m\,.\,g}}$$

Po dosazení:

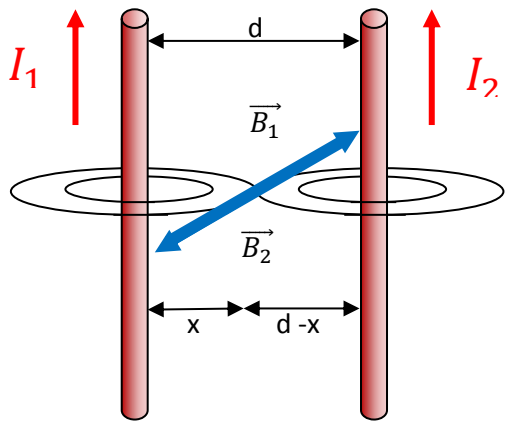
$$tg\alpha = \frac{1.2.0{,}8}{0{,}16\,.10} = 1 \implies \alpha = 45°$$

Vodič se vychýlí od svislého směru o 45°

7. Mějme dva nekonečné rovnoběžné vodiče, kterými prochází proudy 1 A a 2 A stejným směrem. Vodiče jsou ve vzdálenosti 6 cm. Určete geometrické místo všech bodů, ve kterých je celková magnetická indukce nulová.

Řešení:

$$\mathbf{I_1 = 1\ A, I_2 = 2\ A, d = 6\ cm,\ \ x = ?}$$



Magnetická pole kolem vodičů s proudem jsou charakterizovaná pomocí magnetických indukčních čar, které leží v rovině kolmé k vodiči, mají tvar soustředných kružnic a jejich směr je dán

Ampérovým pravidlem pravé ruky (APPR) :
Vodič s proudem uchopím do pravé ruky tak, aby palec ukazoval směr proudu; zahnuté prsty ukazují směr vektoru magnetické indukce.

Protože vodiči prochází stejně orientované proudy, mají vektory magnetických indukcí od obou vodičů opačný směr. Pokud chceme najít místo mezi vodiči, kde je výsledná magnetická indukce nulová, musíme najít bod, ve kterém se velikosti vektorů magnetických indukcí od jednotlivých vodičů rovnají. $B_1 = B_2$

Za velikosti vektorů magnetických indukcí dosadíme vztah pro velikost vektoru magnetické indukce dlouhého přímého vodiče s proudem:

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{d}}$$

kde I je velikost proudu procházejícím ve vodič, d je vzdálenost bodu, ve kterém určujeme velikost vektoru magnetické indukce od vodiče a $\mu_0 = 4.\pi.10^{-7}\ \mathrm{T.m.A^{-1}}$ je permeabilita vakua. Pokud není určena permeabilita prostředí, předpokládáme, že je vodič ve vakuu (vzduchu). V daném prostředí by platilo:

$$\boxed{B = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{I}{d} = \frac{\mu_0.\mu_r}{2\pi} \cdot \frac{I}{d}}$$

μ_r najdeme pro dané prostředí v MFCH tabulkách.
Označme bodu od prvního vodiče x. Potom bude vztah pro velikost vektoru magnetické indukce B1 od prvního vodiče mít tvar

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1}{x}$$

Pro velikost vektoru magnetické indukce B2 od druhého vodiče bude platit

$$B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_2}{(d - x)}$$

Výrazy pro velikosti jednotlivých magnetických indukcí porovnáme:

$$B_1 = B_2 \Rightarrow \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1}{d} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_2}{(l - d)} \Rightarrow \frac{I_1}{d} = \frac{I_2}{(l - d)} \Rightarrow I_1.(l - d) = I_2.d \Rightarrow I_1.l = I_2.d + I_1.d$$

$$\Rightarrow x.(I_1 + I_2) = I_1.d \Rightarrow \mathbf{x} = \frac{I_1.\ d}{(I_1 + I_2)}$$

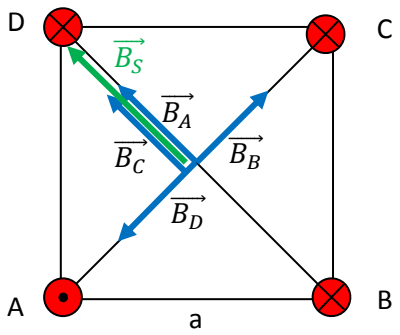
Po dosazení: $x = \frac{1.6}{(1+2)}\ \mathrm{cm} = 2\ \mathrm{cm}$

Ve vzdálenosti 2 cm od prvního vodiče je výsledná magnetická indukce nulová.

8. Čtyři dlouhé přímé vodiče protínají kolmo nákresnu ve vrcholech A, B, C, D čtverce o straně 20 cm. Prochází jimi stejný proud 10 A. Směry proudu ve vodičích jsou naznačeny na obrázku. Určete velikost výsledného magnetické indukce ve středu čtverce.

Řešení:

$$\mathbf{I_A = I_B = I_C = I_D = 10\ A, a = 20\ cm = 0,2\ m, B_S = ?}$$



V obrázku jsou vyznačeny vektory magnetických indukcí, které jsou „produkovány“ vodiči, umístěnými ve vrcholu čtverce. Všechny mají stejnou velikost, směry jsme určili APPR.

Výslednou indukci ve středu čtverce získám vektorovým součtem jednotlivých vektorů:

$$\vec{B_S} = \vec{B_A} + \vec{B_B} + \vec{B_C} + \vec{B_D}$$

Pro velikost $|\vec{B_S}|$ podle obrázku platí: $B_S = 2.B_A = 2.\frac{\mu_0}{2\pi}.\frac{I_A}{d} =$

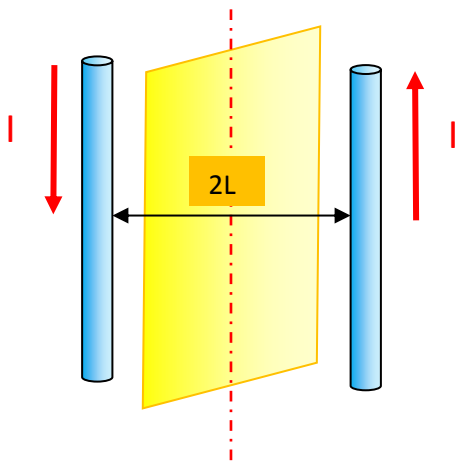
$$= 2.\frac{\mu_0}{2\pi}.\frac{I_A}{\frac{\sqrt{2}}{2}a} = 2.\frac{\mu_0}{\pi}.\frac{I_A}{\sqrt{2}.a} \Longrightarrow \mathbf{B_S = \frac{2.\mu_0.I_A}{\pi.\sqrt{2}.a}}$$

Po dosazení: $B_S = \frac{2.4.\pi.10^{-7}.10}{\pi.\sqrt{2}.0,2}\ T = \frac{2.4.10^{-7}.10}{\sqrt{2}.0,2}\ T = 2,8\ .\ 10^{-5}\ T = 28\ \mu T$

Ve středu čtverce má indukce velikost 28 μT; směřuje k vrcholu D.

9. Dva tenké nekonečné rovnoběžné vodiče jsou umístněny ve vzdálenosti 2L. Oběma prochází proud I. Směry proudů ve vodičích jsou opačné. Určete velikost a směr magnetické indukce v bodech roviny souměrnosti (tj. na rovině uprostřed mezi vodiči).

Řešení:



Velikost výsledné magnetické indukce určíme v obecném bodě P na rovině souměrnosti o, která je kolmá k rovině vodičů.

Velikost výsledné magnetické indukce v tomto bodě se rovná vektorovému součtu vektorů magnetických indukcí od obou vodičů.

Protože vodiči prochází proudy o stejné velikosti a bod, v němž určujeme výslednou magnetickou indukci, je od obou vodičů stejně vzdálen, budou mít magnetické indukce od obou vodičů v tomto bodě stejnou velikost. Lišit se budou pouze směrem, který určíme pomocí Ampérova pravidla pravé ruky.

Vektor výsledné magnetické indukce v bodě P na rovině souměrnosti o mezi vodiči určíme jako součet vektorů magnetických indukcí od jednotlivých vodičů

$$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2}$$

Protože vodiči prochází stejně veliké proudy, vytváří v bodě P na rovině souměrnosti magnetická pole o stejných velikostech. Pro jejich velikosti platí vztah

$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}.\frac{I}{R}$$

kde I je proud procházející každým z vodičů a R je vzdálenost bodu P od vodiče pro kterou platí:

$$R = \sqrt{L^2 + x^2}$$

Pro velikost magnetické indukce B_1 tak platí:

$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{\sqrt{L^2 + x^2}}$$

Z obrázku vidíme, že výsledná magnetická indukce $\vec{B}$ bude ležet v rovině souměrnosti. Její velikost B získáme sečtením velikostí průmětů obou vektorů $\vec{B_1}, \vec{B_2}$ do dané roviny:

$$B = B_1\cos\varphi + B_2\cos\varphi = 2B_1\cos\varphi$$

Úhel φ vyjádříme z pravoúhlého trojúhelníku (viz obrázek):

$\cos\varphi = \frac{L}{R} = \frac{L}{\sqrt{L^2+x^2}}$

⟹ pro velikost magnetické indukce B v libovolném bodě P na rovině souměrnosti o mezi vodiči platí vztah:

$$B = 2\frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{\sqrt{L^2+x^2}} \cdot \frac{L}{\sqrt{L^2+x^2}} = \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \frac{I.L}{L^2+x^2}$$

Pozn. Vztah pro velikost výsledné magnetické indukce v rovině souměrnosti obou vodičů můžeme ověřit tím, že určíme velikost magnetické indukce ve středu mezi vodiči. To znamená, že do vztahu dosadíme x = 0.

$B = \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \frac{I.L}{L^2+0^2} = \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \frac{I}{L}$, který odpovídá součtu magnetických indukcí od jednotlivých vodičů s proudy o stejné velikosti a směru: $B = 2.B_1 = 2 \cdot \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{L} = \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \frac{I}{L}$

10. Střelka kompasu ukazuje sever v zemském magnetickém poli, jehož magnetická indukce má velikost přibližně $2{\cdot}2{\cdot}10^{-5}$T. Dlouhý přímý vodič je umístněn ve vzdálenosti 15 cm nad kompasem a je orientován ze severu na jih (tj. stejně jako střelka). Po zapojení elektrického proudu ukáže střelka na severovýchod. Určete:

a) velikost výsledné magnetické indukce v místě střelky,

b) velikost a směr elektrického proudu ve vodiči.

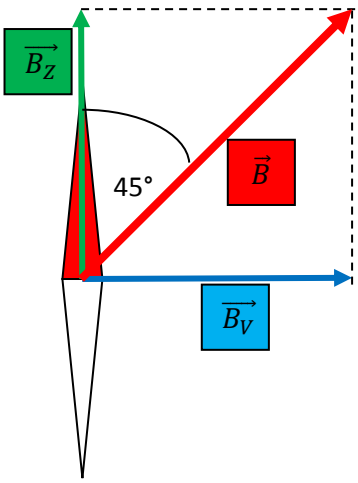
Řešení:

$B_Z = 2{\cdot}10^{-5}$ T, d = 15 cm = 15. 10^{-2} m, $\mu_0 = 4.\pi.10^{-7}\ T.m.A^{-1}$, B = ?, I = ?

a) V okolí vodiče, kterým neprochází proud, se nevytváří magnetické pole a kompasová střelka se tak natočí podle magnetických indukčních čar zemského magnetického pole. Jestliže vodičem začne procházet elektrický proud, vytváří se v jeho okolí magnetické pole.

Střelka kompasu se vychýlí ze své původní polohy tak, že bude ukazovat směr magnetické indukce výsledného magnetického pole.

Jestliže se střelka vychýlila o 45° od původní polohy, znamená to, že velikost magnetické indukce v bodě, kde se nachází střelka, má stejnou velikost jako velikost magnetické indukce od zemského magnetického pole.



Z obrázku lze odvodit: $B = \sqrt{B_Z^2 + B_V^2} \Longrightarrow B_Z = B_V$

$\Longrightarrow B = \sqrt{2}\,.\,B_Z$

Po dosazení: $B = \sqrt{2}\,.\,2 \cdot 10^{-5}$ T = 2,83. 10^{-5} T = 28,3 μT

Výsledné magnetické pole má velikost 28,3 μT.

b) Určení velikosti a směru elektrického proudu ve vodiči.

Pro velikost vektoru magnetické indukce dlouhého přímého vodiče s proudem platí:

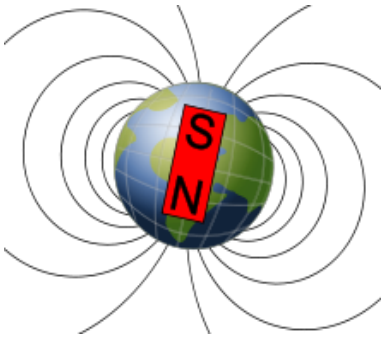
$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{d} \Longrightarrow I = \frac{2\pi.d.B}{\mu_0}$

Po dosazení: $I = \frac{2\pi.15.10^{-2}.2{,}83.10{-}5}{4.\pi.10^{-7}}\ A = \frac{15.10^{-2}.2{,}83.10{-}5}{2.10^{-7}}\ A =$

$= 21{,}2\ \mathrm{A}$

Směr elektrického proudu určíme pomocí Ampérova pravidla pravé ruky .

V našem případě je směr proudu ve vodiči od severu k jihu.



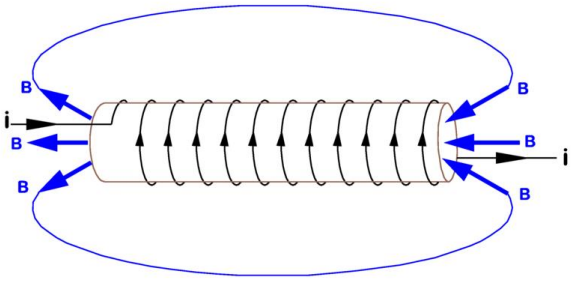
Obrázek 26

Pozn. Země se chová jako obrovský magnet. Už Gauss v 17. století ukázal, že převážná část geomagnetického pole (asi 90%) je taková, jako kdyby ji vytvářel tzv. elementární magnetický dipól, který je umístěn přibližně ve středu Země a svírá s její osou rotace malý úhel (v současné době asi 11°).
Osa dipólu protíná zemský povrch v geomagnetickém severním pólu (v roce 1980 ležel v severozápadním Grónsku asi 1250 km od pólu geografického) a v geomagnetickém jižním pólu v protilehlém bodě v Antarktidě. Indukční čáry pole obecně vycházejí z jižní polokoule a vstupují do Země na severní polokouli. Severní magnetický pól, ležící na severní polokouli, je tedy ve skutečnosti jižním pólem zemského magnetického dipólu.

11. Jakou magnetickou indukci má magnetické pole solenoidu s délkou 20cm se 400 závity, pokud proud procházející solenoidem je 5A? Jaký průměr má drát, ze kterého je solenoid navinutý, pokud jednovrstvé vinutí má závity těsně vedle sebe?

Řešení:

$\mathbf{l = 20\ cm = 0{,}2\ m, N = 400, I = 5\ A, b = ?, d = ?}$

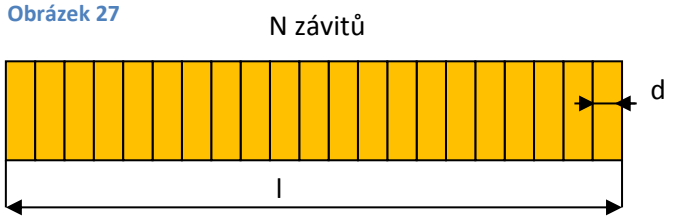


Obrázek 27

Uvnitř velmi dlouhého solenoidu navinutého hustě tenkým vodičem má ve vakuu magnetická indukce velikost:

$$\boxed{B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l}}$$

N udává počet závitů, l je délka cívky.



Po dosazení: $B = 4.\pi.10^{-7}.\frac{400\ .5}{0{,}2}\ \mathrm{T} = 0{,}0125\mathrm{T} = 12\ \mathrm{mT}$

Je-li cívka hustě navinutá, potom průměr drátu $\mathbf{d = \frac{l}{N}}$

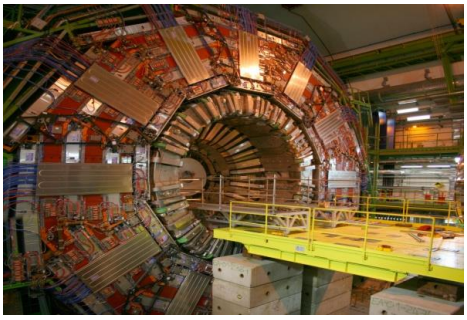
Po dosazení: $d = \frac{20}{400}$ cm = 0,05 cm = 0,5 mm

Uvnitř solenoidu má vektor magnetické indukce velikost 12 mT. Závity mají průměr0,5mm.

12. Válcová cívka bez jádra má tvar dlouhého solenoidu navinutého hustě izolovaným vodičem tak, že se sousední závity dotýkají. Cívkou prochází proud I = 1,5 A a v jejím nitru má magnetická indukce velikost B = 3,15 mT. Určete průměr vodiče d, ze kterého je provedeno vinutí cívky.

Řešení:

$\mathbf{I = 1,5\ A, B = 4,5\ mT = 4,5\ .\ 10^{-3}\ T, d = ?}$



Obrázek 28

Z předcházejícího příkladu už známe vztah pro velikost magnetické indukce uvnitř solenoidu: $B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l}$

$\Longrightarrow \quad d = \frac{l}{N} \Longrightarrow B = \mu_0 \cdot \frac{I}{d} \Longrightarrow \mathbf{d = \mu_0 \cdot \frac{I}{B}}$

Po dosazení: $d = 4.\pi.10^{-7} \cdot \frac{1,5}{4,5\ .10^{-3}}\ m = 4,187.10^{-4}\ m = 41,87.10^{-3}\ m \doteq 42\ mm$

Závity mají průměr 42 mm.

Pozn. Na obrázku je obrovský solenoid z CERNU.

13. Dlouhým solenoidem, ležícím ve vakuu, s hustotou 10 závitů na centimetr a poloměrem 7 cm protéká proud 20 mA. Přímým vodičem ležícím v ose solenoidu protéká proud 6 A.

V jaké vzdálenosti od osy solenoidu bude svírat vektor celkové magnetické indukce úhel 45° s osou vodiče? Jaká je v tomto místě velikost magnetické indukce B?

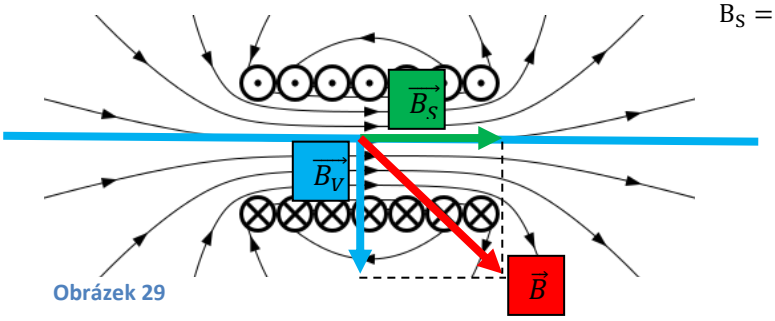
Řešení:

$\mathbf{\rho_Z = 10\ cm^{-1} = 10^3\ m^{-1}, r_s = 7cm = 7.10^{-2}m, I_S = 20\ mA = 2.10^{-2}A, I_V = 6A, \varphi = 45°, d = ?, B = ?}$

Jestliže svírá vektor celkové magnetické indukce s osou vodiče 45°, musí být obě indukce stejné.

$\Longrightarrow B_S = B_V$

Pro velikost magnetické indukce solenoidu Bs platí:



Obrázek 29

$B_S = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I_S}{l}$, kde výraz: $\frac{l}{N} = \rho_Z$ udává hustotu závitů solenoidu:

$B_S = \mu_0 \cdot I_S \cdot \rho_Z$

Pro velikost magnetické indukce dlouhého vodiče Bv platí: $B_V = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_V}{d}$

Porovnáním těchto vztahů získáme hledanou vzdálenost:

$B_S = B_V \Longrightarrow \mu_0 \cdot I_S \cdot \rho_Z = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_V}{d} \Longrightarrow$

$d = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_V}{\mu_0 \cdot I_S \cdot \rho_Z} \Longrightarrow \mathbf{d = \frac{I_V}{2\pi . I_S . \rho_Z}}$

Po dosazení: $d = \frac{6}{2\pi.2.10^{-2}.10^3} = 0,477.\ 10^{-1}\ m = 4,77.\ 10^{-2}\ m \doteq 4,8\ cm$

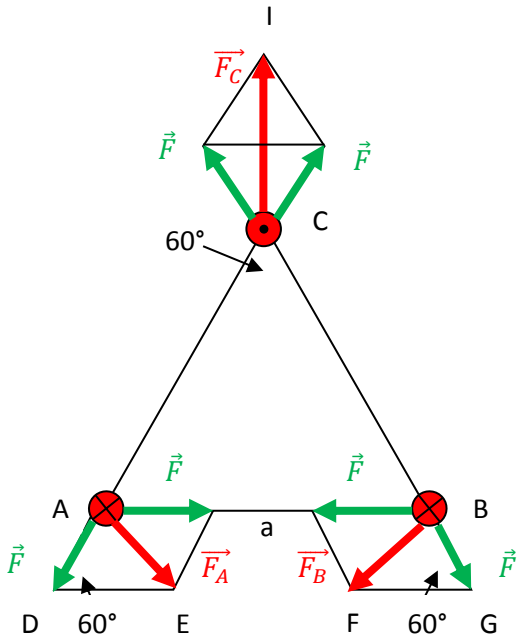
Velikost celkové magnetické indukce ve vzdálenosti d od osy vodiče nyní vypočítáme pomocí goniometrické funkce cosinus: $\mathbf{B = \frac{B_S}{\cos 45°} = \frac{\mu_0 \cdot I_S \cdot \rho_Z}{\cos 45°}}$

Po dosazení: $B = \frac{4.\pi.10^{-7}.\ 2\ .\ 10^{-2}.10^3}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 35,526\ .\ 10^{-6}\ T \doteq 35,5\ \mu T$

14. Tři dlouhé přímé vodiče protínají kolmo nákresnu ve vrcholech A, B, C rovnostranného trojúhelníka o straně 10 cm. Prochází jimi stejný proud 100 A. Směry proudu ve vodičích jsou naznačeny na obrázku. Určete velikost síly, která působí na část každého vodiče o délce 1 m.

Řešení:

$\mathbf{I_A = I_B = I_C = 100\ A, a = 10\ cm = 0,1\ m, l\ B = ?}$



Jelikož všemi vodiči prochází stejně velký proud a vzájemná vzdálenost vodičů je také stejná, působí na sebe libovolné dva vodiče silou o stejné velikosti.

Jak určíme velikost této síly:

Ve vzdálenosti a od vodiče A vzniká magnetické pole o magnetické indukci

$$B_A = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_A}{a}$$

V tomto poli se nachází vodič B kolmý na magnetickou indukci B_A. Působí na něj magnetická síla : $F_{AB} = B_A \cdot I_B \cdot l$

Vodič A tedy působí na vodič B silou $F_{AB} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_A}{a} \cdot I_B \cdot l$

Stejně velikou silou působí vodič B na vodič A (3. Newtonův zákon).

Jelikož jsou proudy procházející všemi třemi vodiči, i vzájemné vzdálenosti vodičů stejné, působí na sebe vodiče silami o stejné velikosti. Velikost síly označíme F

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I^2}{a}\, l$$

Směry, ve kterých síly působí, jsou zakresleny na obrázku. Z něj vidíme, že trojúhelníky ADE a BFG jsou rovnostranné, pro velikost sil F_A a F_B vyplývá

$$F_A = F_B = F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I^2}{a}\, l$$

Vztah pro velikost síly FC dostaneme z trojúhelníku CHI: $F_C = 2.F.\cos 30° = 2 \cdot F \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = F.\sqrt{3}$

$$\Longrightarrow \mathbf{F_C = F.\sqrt{3} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I^2}{a}\, l \cdot \sqrt{3}}$$

Po dosazení: $F_A = F_B = F = \frac{4.\pi.10^{-7}}{2\pi} \cdot \frac{100^2}{0,1}\ 1\ N = 0,02\ N = 20\ mN$, $F_C = 0,02 \cdot \sqrt{3}\ N =$

$$= 0,0346\ N = 35\ mN$$

Na rovnoběžné vodiče s proudem působí síly o velikostech F_A = 20 mN, F_B = 20 mN a F_C =35 mN.

15. Dvěma rovnoběžnými vodiči vzdálenými od sebe 30cm procházejí stejné proudy 10A. Určete aktivní délku vodičů, pokud na ně působí síla 2 N. Jak se změní síla vzájemného působení, pokud vodiče umístíme do trojnásobné vzdálenosti a proudy ve vodičích zvětšíme o 30 %?

Řešení:

$\mathbf{I_A = I_B = I_C = 10\ A, d = 30cm = 0,3\ m, F_m = 2N}, \mu_0 = 4.\pi.10^{-7}, \boldsymbol{l_0} = ?$

Dva rovnoběžné vodiče, kterými procházejí stejné proudy, se navzájem přitahují silou o velikosti:

$$\boxed{F_m = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I^2}{d} \cdot l}$$

$$\Longrightarrow \mathbf{l = \frac{F_m.2\pi.d}{\mu_0.I^2}}$$

Po dosazení: $l = \frac{2.2\pi.0,3}{4.\pi.10^{-7}.10^2}\ m = 1\ m$

Aktivní délka vodičů je 1m.

Jak se změní síla vzájemného působení, pokud tyto vodiče umístíme do trojnásobné vzdálenosti a proudy ve vodičích zvětšíme o 30 %?

$$F_{m2} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{(1{,}3I)^2}{3.d} \cdot l = \frac{1{,}69}{9} \cdot \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I^2}{d} \cdot l \Longrightarrow \mathbf{F_{m2} = 0{,}19.\, F_m}$$

Po dosazení: $F_{m2} = 0{,}38$ N

Síla se zmenší na 19% původní síly.

16. Dvěma rovnoběžnými vodiči vzdálenými od sebe 15cm procházejí stejné proudy. Určete velikost proudu procházejícího vodiči, jestliže na 1 metr délky vodičů působí síla 1,2 N.

Řešení:

$$I_1 = I_1 = I, l = 1\ \text{m}, d = 15\ \text{cm} = 0{,}15\ \text{m}, F_m = 1{,}2\ \text{N}, I = ?$$

$$F_m = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I^2}{d} \cdot l \Longrightarrow I^2 = \frac{F_m.2\pi.d}{\mu_0.l} \Longrightarrow \mathbf{I} = \sqrt{\frac{F_m.2\pi.d}{\mu_0.l}}$$

Po dosazení: $I = \sqrt{\frac{1{,}2.2\pi.0{,}15}{4.\pi.10^{-7}.1}}\ A = \sqrt{\frac{1{,}2.0{,}15}{2\ .10^{-7}.1}}\ A = 948{,}68\ A \doteq 949\ A$

Velikost proudu je I = 949A.

Pozn: Dvěma rovnoběžnými vodiči vzdálenými od sebe 1m procházejí stejné proudy. Určete velikost proudu procházejícího vodiči, jestliže na 1 metr délky vodičů působí síla 2.10^{-7}N.

$$I = \sqrt{\frac{F_m.2\pi.d}{\mu_0.l}}$$

Po dosazení: $I = \sqrt{\frac{2.10^{-7}\ .2\pi.1}{4.\pi.10^{-7}.1}}\ A = 1\ A$

Definice základní jednotky soustavy SI:

Ampér je stálý elektrický proud, který při průchodu dvěma přímými rovnoběžnými nekonečně dlouhými vodiči zanedbatelného průřezu umístěnými ve vakuu ve vzájemné vzdálenosti 1m vyvolá mezi nimi stálou sílu 2.10^{-7}N na 1 metr délky vodiče.

17. Jakou kinetickou energii má proton ($m_p = 1{,}673.10^{-27}$ kg, $e = 1{,}602.10^{-19}$ C), který se pohybuje po kružnici o poloměru r = 13 cm v homogenním magnetickém poli s B = 0,2 T, kolmo na indukční čáry?

Řešení:

m p = $1{,}673.10^{-27}$ kg, e = $1{,}602.10^{-19}$ C, r = 13 cm = 0,13 m, B = 0,2 T, E_k = ?

Na částici s nábojem, která vlétne kolmo do homogenního magnetického pole, působí síla, kde B je velikost vektoru magnetické indukce, Q náboj částice a v její rychlost.

$$\boxed{F_m = B.Q.v}$$

Experimentálně bylo dokázáno, že pokud je rychlost částice $\vec{v}$ kolmá na $\vec{B}$, dojde k zakřivení její trajektorie a částice se pohybuje po kružnici o poloměru r.

Pohyb po kružnici způsobuje dostředivá síla a tou je nyní síla magnetická:

velikosti obou sil jsou shodné $F_m = F_d \Longrightarrow$ $\boxed{B.Q.v = m.\frac{v^2}{r}}$ m je hmotnost částice, v její rychlost.

Kinetická energie pohybujícího se protonu je dána vztahem: $E_k = \frac{1}{2}.m.v^2$

$B.Q.v = m.\frac{v^2}{r} \Longrightarrow v = \frac{B.Q.r}{m}$; tuto rychlost dosadíme do vztahu pro E_k:

$$E_k = \frac{1}{2}.m.v^2 = \frac{1}{2}.m.(\frac{B.Q.r}{m})^2 = \frac{(B.Q.r)^2}{2.m}$$

Pro proton platí:

$$\mathbf{E_k = \frac{(B.e.r)^2}{2.m_p}}$$

Po dosazení:

$E_k = \frac{(0{,}2.1{,}602.10^{-19}.0{,}13)^2}{2.1{,}673.10^{-27}}$ J = $5{,}18.10^{-15}$ J

Kinetická energie protonu je $E_k = 5{,}18.10^{-15}$J

Pozn. Víte, jak vyjádřit díl 10^{-15}? ☺ Je to femto J a značí se fJ ! Zase jste o něco chytřejší! ☺

18. Jakou rychlostí by se musel pohybovat proton v magnetickém poli Země kolmo na indukční čáry, aby se velikost magnetické síly rovnala velikosti síly, kterou na něj působí tíhová síla?

Řešení:

$m_p = 1,673.10^{-27}$ kg, e = $1,602.10^{-19}$ C, $B_Z = 5.10^{-5}$ T, v = ?

$F_m = F_G \Longrightarrow B.Q.v = m.g \Longrightarrow \mathbf{v = \frac{m.g}{B.Q}}$

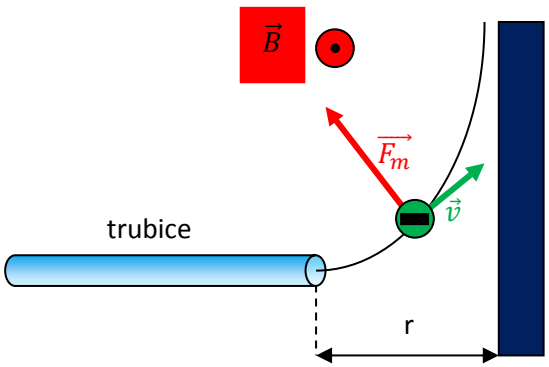
Po dosazení: $v = \frac{1{,}673.10^{-27}.10}{5.10^{-5}.1{,}602.10^{-19}}$ $m.s^{-1} = 2{,}1.10^{-3} m.s^{-1}$

Proton se musí pohybovat rychlostí $2{,}1.10^{-3} m.s^{-1}$.

19. Elektrony s kinetickou energií E_k vylétají z urychlovače. Ve vzdálenosti r od urychlovače se nachází kovová destička umístěná kolmo ke svazku vylétávajících elektronů. Jak můžeme zabránit tomu, aby svazek dopadl na destičku? Určete velikost magnetické indukce, jestliže mají elektrony energii 5 keV a vzdálenost konce urychlovače od kovové destičky je 5 mm.

Řešení:

$m_e = 9,1.10^{-31}$ kg, e = $-1,602.10^{-19}$ C, $E_k = 5$ keV= $8{,}01.10^{-16}$ J, $r = 5$ mm $= 5.10^{-3}$ m, B = ?



Paprsek elektronů odchýlí magnetická síla, která musí být kolmá na směr pohybu, a působí tedy jako síla dostředivá.
Bez přítomnosti magnetického pole by elektrony letěly přímo a narážely na kovovou destičku. Chceme-li zabránit dopadu paprsků na destičku, musíme elektrony vychýlit z jejich původního směru ⟹ necháme ho procházet magnetickým polem; částice se budou v magnetickém poli pohybovat po kružnici; vektor magnetické indukce musí být kolmý k rovině obrázku (viz minulé příklady). Nyní stačí určit, zda bude orientován před nebo za nákresnu.

To určíme pomocí **Flemingova pravidla levé ruky**.
POZOR! V našem příkladě se pohybuje záporná částice! Podle obrázku v zadání jsou elektrony vychylovány směrem nahoru, tím směrem působí i magnetická síla. Vektor magnetické indukce musí tedy mířit před obrázek.
Směr vektoru magnetické indukce již známe. Jeho velikost vypočítáme pomocí znalosti předchozích příkladů:
Magnetická síla působí kolmo na směr pohybu, působí tedy jako síla dostředivá.

$F_m = F_d \Longrightarrow B.e.v = m.\frac{v^2}{r} \Longrightarrow B.e = m.\frac{v}{r} \Longrightarrow B = m.\frac{v}{r.e}$

Jelikož neznáme velikost rychlosti elektronů v, určíme ji ze zadané kinetické energie Ek:

$$E_k = \frac{1}{2}.m.v^2 \Longrightarrow v = \sqrt{\frac{2.E_k}{m}}$$

A dosadíme do vzorce pro velikost magnetické indukce B:

$$B = m.\frac{v}{r.e} = m.\frac{\sqrt{\frac{2.E_k}{m}}}{r.e} \Longrightarrow \mathbf{B} = \sqrt{\frac{2.E_k.m}{(r.e)^2}}$$

Po dosazení: $B = \sqrt{\frac{2.8{,}01.10^{-16}.9{,}1.10^{-31}}{(5.10^{-3}.1{,}602.10^{-19})^2}} = 0{,}048\ T = 48\ mT$

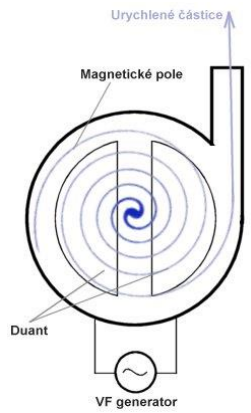
Pozn: Zopakujme si převody jednotek! ☺

$E_k = 5keV = 5.1000.1{,}602.10^{-19}$ C.V = $8{,}01.10^{-16}$ J

20. Jádra těžkého vodíku, deuterony, jsou urychlovány v kruhovém urychlovači, cyklotronu. a) Určete frekvenci, jakou musí mít zdroj napětí cyklotronu, je-li velikost magnetického pole v urychlovači 1,5 T a deuterony mají hmotnost 3,3·10-27 kg? b) Jak velký musí být poloměr cyklotronu, jestliže částice opouští urychlovač s kinetickou energií 16 MeV? Kolikrát proběhne deuteron mezi duanty cyklotronu, je-li mezi nimi potenciální rozdíl 50 kV?

Řešení:

$m_D = 3{,}3.10^{-27}$ kg, e = $1{,}602.10^{-19}$ C, $B = 1{,}5$ T, $E_k = 16$ MeV= 2,56. 10^{-12} J,U = 50 kV = 5. 10^4 V, $f = ?, r = ?, n = ?$



Obrázek 30

Cyklotron je zařízení, které urychluje nabité částice. Je tvořen dvěma půlválci ve tvaru písmene D, otevřenými na rovné straně - nazývají se duanty. Jsou umístěny v homogenním magnetickém poli o velké magnetické indukci, která je kolmá na vodiče. Mezi vodiči je mezera, na kterou je přivedeno střídavé napětí. Jestliže nabitá částice vstoupí v blízkosti středu cyklotronu do elektrického pole mezi duanty, je urychlena v prostoru mezi nimi a získá rychlost, se kterou vstupuje kolmo do magnetického pole uvnitř jednoho z duantů. Magnetické pole zakřiví její dráhu, takže v prostoru duantu opíše půlkružnici. V okamžiku, kdy částice vystoupí z tohoto duantu, změní elektrické pole mezi duanty svou orientaci, částice je opět urychlena směrem do druhého duantu. Má větší rychlost ⟹pohybuje se po větší kružnicové trajektorii. Tento proces se dokola opakuje a v okamžiku, kdy poloměr trajektorie dosáhne poloměru cyklotronu, částice s velkou kinetickou energií vystupuje z cyklotronu.

a) Deuterony s nábojem e vstupují do homogenního magnetického pole.
Při rovnoměrném pohybu po kružnici platí:

$$F_m = F_d \Longrightarrow B.e.v = m.\frac{v^2}{r} \Longrightarrow B.e = m.\frac{v}{r} \Longrightarrow r = \frac{m.v}{B.e}$$

Polovina periody $\frac{T}{2}$ (tj, doba pro jeden oběh po půlkružnici) je rovna: $\frac{T}{2} = \frac{\pi.r}{v} \Longrightarrow T = \frac{2.\pi.r}{v}$

Perioda oběhu *T* částice nezávisí na její rychlosti ani energii, takže doba mezi dvěma průlety částice mezi duanty je v průběhu urychlování pořád stejná ⟹ Pro frekvenci *f* platí: $f = \frac{1}{T} = \frac{v}{2.\pi.r}$

Aby cyklotron takto urychloval protony, musí být frekvence *f*, se kterou proton obíhá v magnetickém poli, rovna frekvenci *fz* zdroje napětí ⟹ $f_z = f = \frac{v}{2.\pi.r} \wedge B.e = m.\frac{v}{r} \Longrightarrow v = \frac{B.e.r}{m} \Longrightarrow \mathbf{f_z} = \frac{\frac{B.e.r}{m}}{2.\pi.r} = \frac{B.e}{2.\pi.m}$

Po dosazení: $f_z = \frac{1{,}5.1{,}602.10^{-19}}{2.\pi.3{,}3.10^{-27}}$ Hz = $0{,}11.10^8$ Hz = 11 MHz

b) Pro energii E_k , kterou částice s nábojem *e* získá při urychlení napětím *U*, platí

$$E_k = e\,.\,U$$

Ale! Deuteron musí projít *n*-krát mezi duanty, aby dosáhl požadované energie $\Longrightarrow E_{max} = n\,.\,E_k$

Pro počet průchodů deuteronu mezi duanty tedy platí: $\mathbf{n} = \frac{\mathbf{E_{max}}}{\mathbf{E_k}} = \frac{\mathbf{E_{max}}}{\mathbf{e\,.U}}$

Po dosazení: $n = \frac{2{,}56.10^{-12}}{1{,}602.10^{-19}\,.5.10^4} = 320$

Poloměr duantu *R* odpovídá poloměru kružnice r_{max} při maximální energii částice. Velikost cyklotronu musí být rovna největšímu poloměru kružnice , po níž se částice pohybuje:

$$\Longrightarrow r_{max} = \frac{m\,.v}{B.e} \;\wedge\; E_{max} = \frac{1}{2}\,.m\,.v_{max}^2 \Longrightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{2.E_{max}}{m}} \Longrightarrow r_{max} = \frac{m\,.v_{max}}{B.e} = \frac{m\,.\sqrt{\frac{2.E_{max}}{m}}}{B.e}$$

$$\Longrightarrow \mathbf{r_{max}} = \frac{\sqrt{\mathbf{2.\,E_{max}.\,m}}}{\mathbf{B.\,e}}$$

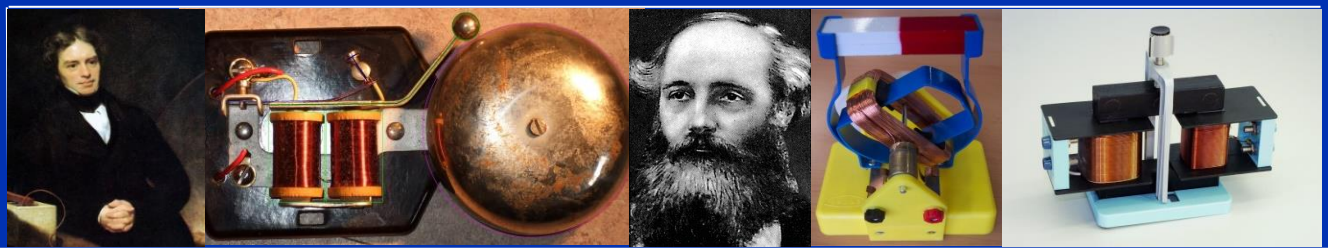
Po dosazení: $r_{max} = \frac{\sqrt{2.2{,}56.10^{-12}.3{,}3.10^{-27}}}{1{,}5.1{,}602.10^{-19}}\,m = 0{,}54\mathrm{m} = 54\ \mathrm{cm}$

Zdroj elektrického pole má frekvenci přibližně 11MHz. Deuteron proběhne mezi duanty 320 krát, než dosáhne požadované hodnoty energie. Poloměr cyklotronu se rovná přibližně 54 cm.

Pozn. **DEUTERON (používá se značka D) je jádro deuteria**, tzv. těžkého vodíku ${}^2_1H$. Je dostupné v neomezeném množství v mořské vodě ve formě těžké vody D_2O.

$\Longrightarrow m_D = m_p + m_n = 3{,}3.\,10^{-27}$ kg, $Q_D = +\mathrm{e} = +1{,}602.\,10^{-19}$ C.

Nestacionární magnetické pole



1. Vypočítej magnetický indukční tok obdélníkovým závitem s rozměry 4 cm a 5 cm v magnetickém poli o indukci 2,2 T, je-li rovina závitu a) kolmá k indukčním čarám b) svírá s indukčními čarami úhel 30° c) normála plochy svírá s indukčními čarami úhel 60°.
Změnil by se magnetický indukční tok závitem, pokud bychom obdélník změnili na čtverec téhož obsahu?

Řešení:

a = 4 cm = 4 . $10^{-2}m$, b = 5 cm = 5 . $10^{-2}m$, $\boldsymbol{B = 2,2\,T}$, $\Phi = ?$

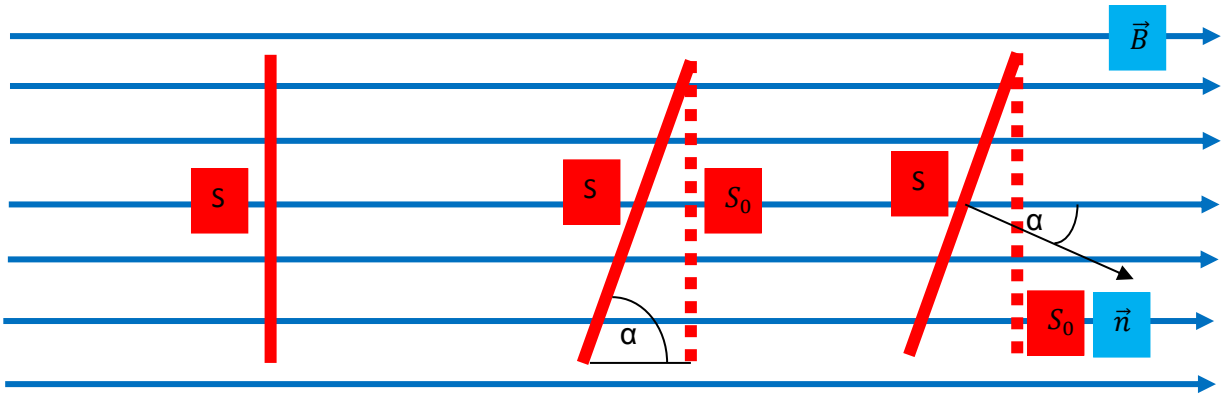
Obrázek 31

Pro kvantitativní popis elektromagnetické indukce je potřeba zavést novou skalární fyzikální veličinu - **magnetický indukční tok** Φ. Uvažujme rovinou plochu o obsahu S umístěnou v homogenním magnetickém poli o magnetické indukci $\vec{B}$. Je-li plocha kolmá k magnetickým indukčním čarám, je magnetický indukční tok určen vztahem:

$$\boxed{\Phi = B\,.\,S}$$

Jednotkou indukčního toku je Weber: $[\Phi] = T\,.\,m^2 = Wb$; podle německého fyzika Wilhelma Webera (1804-1891)-viz obrázek

Není-li plocha k indukčním čarám kolmá, je magnetický indukční tok určen vztahem $\Phi = B\,.\,S_0$, kde S_0 je průmět plochy S do roviny, která je k indukčním čarám kolmá. Tady si musíme dávat pozor, jakým úhlem se poloha plochy zadává!!!



$a)\ \Phi = \mathbf{B\,.\,S = B\,.\,a\,.\,b}$ b) $\Phi = \mathbf{B\,.\,S_0 = B\,.\,a\,.\,b\,.\,\sin\alpha}$ $c)\ \Phi = \mathbf{B\,.\,S_0 = B\,.\,a\,.\,b\,.\,\cos\alpha}$

Po dosazení:

$a)\ \Phi = 2,2\,.\,4\,.\,10^{-2}.5\,.\,10^{-2}Wb = 4,4\,.\,10^{-3}Wb$

b) $\Phi = 4,4\,.\,10^{-3}.\sin 30° = 4,4\,.\,10^{-3}.\frac{1}{2}\,Wb = 2,2\,mWb$

$c)\ \Phi = 4,4\,.\,10^{-3}.\cos 60° = 4,4\,.\,10^{-3}.\frac{1}{2}\,Wb = 2,2\,mWb$

Z výpočtu je jasné, že pokud by se obdélník změnil na čtverec téhož obsahu, indukční tok by se nezměnil!

2. Osa kruhového závitu svírala s indukčními čárami homogenního magnetického pole úhel 45°. Po změně polohy závitu svírala jeho osa s indukčními čárami úhel 60°. Kolikrát bylo třeba zvětšit magnetickou indukci, aby se indukční tok nezměnil?

Řešení:

$\boldsymbol{\alpha_1 = 45°, \alpha_2 = 60°, S_1 = S_2 = S, B_2 = x\,.\,B_1, x = ?}$

U tohoto příkladu je úhel zadán jako úhel normály plochy s indukčními čarami ⟹ použijeme vztah c) z předcházejícího příkladu: $\Phi = B\,.\,S_0 = B\,.\,S\,.\cos\alpha$

$\Longrightarrow\ \Phi_1 = B_1\,.\,S\,.\cos\alpha_1\ ;\quad \Phi_1 = B_2\,.\,S\,.\cos\alpha_2$

Aby se indukční tok nezměnil, musí platit: $\Phi_1 = \Phi_1 \Longrightarrow B_1\,.\,S\,.\cos\alpha_1 = B_2\,.\,S\,.\cos\alpha_2$

$\Longrightarrow x = \frac{B_2}{B_1} = \frac{S\,.\cos\alpha_1}{S\,.\cos\alpha_2} \Longrightarrow \boldsymbol{x = \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2}}$

Po dosazení:

$x = \frac{\cos 45°}{\cos 60°} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

Magnetickou indukci by bylo třeba zvětšit $\sqrt{2}$ krát.

3. Vypočítejte magnetický indukční tok Φ v příčném řezu dutiny válcové cívky vyplněné vzduchem. Cívka má délku l = 1,6 m, poloměr r = 4,8 cm, má 1400 závitů a prochází jí proud I = 6,3 A.

Řešení:

$\boldsymbol{l = 1{,}6\ m, r = 4{,}8\ cm = 4{,}8\,.\,10^{-2}\ m, N = 1400, \mu_0 = 4.\pi.10^{-7} T.m.A^{-1}, I = 6{,}3\ A}, \Phi = ?$

V příkladu 2 byl v magnetickém poli umístěn jen jeden závit. Cívka má N takových závitů ⟹ magnetický indukční tok Φ v příčném řezu dutiny válcové cívky bude dán vztahem: $\Phi = N\,.\,B\,.\,S$

Pro magnetickou indukci cívky platí: $B = \frac{\mu_0.I}{l}$; pro plochu závitu platí: $S = \pi\,.\,r^2$

$\Longrightarrow \boldsymbol{\Phi = N\,.\,B\,.\,S = N\,.\frac{\mu_0.I}{l}\,.\pi\,.\,r^2}$

Po dosazení:

$\Phi = 1400\,.\frac{4.\pi.10^{-7}.6{,}3}{1{,}6}\,.\pi\,.\,(4{,}8\,.\,10^{-2})^2\ Wb = 5\,.\,10^{-5}$Wb = 50 μWb

Magnetický indukční tok má velikost 50 μWb.

Pozn: Obecný vztah pro výpočet magnetického indukčního toku je poněkud „ divoký“. Zkoušku správnosti můžeme ověřit rozměrovou kontrolou:

$[\Phi] = T\,.\,m^2 = Wb \quad T = \frac{N}{A.m} = \frac{kg.m.s^{-2}}{A.m} = kg.A^{-1}.s^{-2} \Longrightarrow [\Phi] = kg.A^{-1}.s^{-2}\,.\,m^2 = Wb$

$\Phi = N\,.\frac{\mu_0.I}{l}\,.\pi\,.\,r^2 \Longrightarrow [\Phi] = \frac{T.m.A^{-1}.A}{m}\,.\,m^2 = T\,.\,m^2 = kg\,.\,A^{-1}.s^{-2}\,.\,m^2 = Wb$

4. Jaký je poloměr kruhového závitu cívky, jejíž osa svírá s vektorem magnetické indukce o velikosti B = 6 T úhel α = 30°, a jestliže cívkou prochází magnetický indukční tok $5.\,10^{-2}$ Wb?

Řešení:

$\boldsymbol{B = 6T}, \Phi = \boldsymbol{5.\,10^{-2}\ Wb, \alpha = 30°, r} = ?$

$$\Phi = B\,.\,S\,.\cos\alpha = B\,.\,\pi\,.\,r^2\,.\cos\alpha \Longrightarrow \mathbf{r} = \sqrt{\frac{\Phi}{B\,.\pi\,.\cos\alpha}}$$

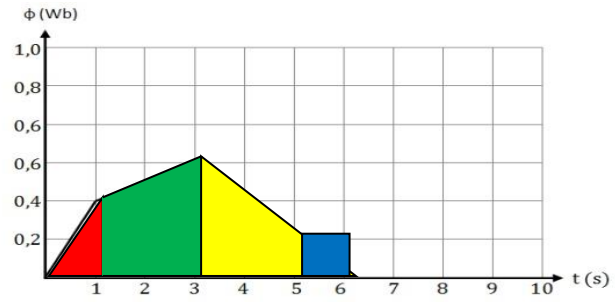
Po dosazení:

$$r = \sqrt{\frac{5.10^{-2}}{6\,.\pi\,.\cos 30°}}\ \text{m} = 0{,}07\ \text{m} = 7\ \text{cm}$$

Poloměr válcové cívky je asi 7 cm.

5. Podle grafu časové změny magnetického indukčního toku sestrojte graf časového průběhu indukovaného napětí a zdůvodněte jeho průběh.

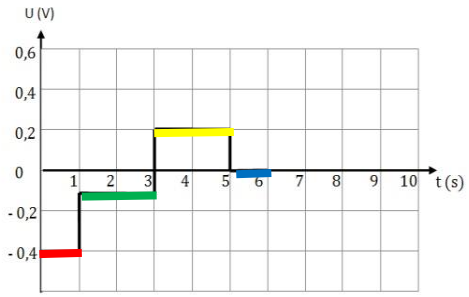
Řešení:



Pro děje v nestacionárním magnetickém poli jsou charakteristické změny indukčního toku.

Podle Faradayova zákona elektromagnetické indukce časová změna magnetického indukčního toku v obvodu způsobuje vznik indukovaného elektromotorického napětí v tomto obvodu a platí vztah:

$$\boxed{U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}$$



Graf Φ = f(t) můžeme rozdělit na 4 oblasti I, II, III, IV.

Oblast I:

$$\Delta\Phi = 0{,}4Wb, \Delta t = 1s \quad \Longrightarrow \quad U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{0{,}4}{1}\,V = -0{,}4V$$

Oblast II:

$$\Delta\Phi = 0{,}2Wb, \Delta t = 2s \quad \Longrightarrow \quad U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{0{,}2}{2}\,V = -0{,}1V$$

Oblast III:

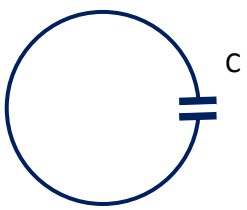
$$\Delta\Phi = -0{,}4Wb, \Delta t = 2s \quad \Longrightarrow \quad U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{-0{,}4}{2}\,V = 0{,}2V$$

Oblast IV : $\Delta\Phi = 0Wb, \Delta t = 1s \quad \Longrightarrow \quad U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{0}{1}\,V = 0V$

6. V drátěném kruhovém závitu o obsahu plochy 0,6 m^2 je zapojen kondenzátor o kapacitě 20 μF. Závit je umístěn v homogenním magnetickém poli. Jeho indukční čáry svírají s plochou závitu úhel 30°. Velikost magnetické indukce B se s časem rovnoměrně zmenšuje rychlostí 5.10^{-3} T.s^{-1}. Určete náboj, kterým se v průběhu tohoto děje nabije kondenzátor.

Řešení:

$$\mathbf{S = 0{,}6\ m^2, C = 20\ \mu F = 2.10^{-5} F, \alpha = 30°, \frac{\Delta B}{\Delta t} = 5.10^{-3}\ T.s^{-1}, Q = ?}$$



Náboj, kterým se nabije kondenzátor, je dán vztahem: $Q = C\,.|U_i|$

$$|U_i| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta B.S.\sin\alpha}{\Delta t}$$ (viz příklad 1b)

$$\Longrightarrow \mathbf{Q = C\,.\frac{\Delta B.S.\sin\alpha}{\Delta t}}$$

Po dosazení:

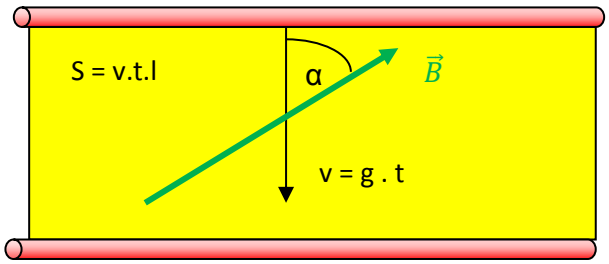
$$Q = 2.10^{-5}\,.\,5.10^{-3}.\,0{,}6.\sin 30°\ \text{C} = 3.10^{-8}\ \text{C} = 30\ \text{nC}$$

Kondenzátor se nabije nábojem 30 nC.

7. Vodorovný vodič s délkou 2 m byl v čase 0 s uvolněný a volně padal v rovině kolmé na směr sever – jih (B = 5.10^{-5} T). Určete indukované napětí na koncích tohoto vodiče v čase 5 sekund.

Řešení:

$\mathbf{l = 2\ m, B = 5.10^{-5}T, \alpha = 90°}$, $\boldsymbol{U_i} = ?$



Z obrázku vidíme, že vektor indukce magnetického pole Země je kolmý na plochu, kterou vodič při svém pohybu opíše ⟹ pro magnetický indukční tok platí: Φ = B . S

Podle Faradayova zákona platí: $U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

$$\Longrightarrow U_i = -\frac{B.\Delta S}{\Delta t} = -\frac{B.v.\Delta t.l}{\Delta t} = -\frac{B.g.\Delta t.\Delta t.l}{\Delta t} - \frac{B.g.\Delta t^2.l}{\Delta t}$$

$$\Longrightarrow \mathbf{U_i = -B.g.l.\Delta}$$

Po dosazení:

$U_i = -5.10^{-5}.10.2.5\ V = -5\ .10^{-3}\text{V} = -5\ \text{mV}$

Indukované napětí na koncích vodiče je -5 mV.

8. V homogenním magnetickém poli o indukci 3 T se pohybuje vodič délky 2 m rychlostí 5 m.s^{-1} směrem kolmým na indukční čáry. Celkový odpor vodiče je 4 Ω. Jak velký je mechanický výkon potřebný k pohybu vodiče?

Řešení:

$\mathbf{B = 3\ T, l = 2\ m, v = 5\ m.s^{-1}}$, $\boldsymbol{R = 4\ \Omega, P} = ?$

Obrázek 32

Pro výkon použijeme známý vztah z elektřiny: $P = U\ .I = U.\frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}$

V tomto případě je napětí rovno indukovanému napětí U_i.

$\Longrightarrow P = \frac{U_i^2}{R}$

Z předcházejících příkladů použijeme vztahy pro výpočet indukovaného napětí:

$U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = U_i = -\frac{B.\Delta S}{\Delta t}$; kde $\Delta S = \Delta s.l = v\ .\Delta t.l$; Δs je dráha, kterou vodič urazí za čas Δt

$$\Longrightarrow \mathrm{U_i} = -\frac{B.v\ .\Delta t.l}{\Delta t} = -B.v\ .l \quad \Longrightarrow \mathbf{P} = \frac{\mathbf{U_i^2}}{\mathbf{R}} = \frac{(\mathbf{B.v\ .l})^2}{\mathbf{R}}$$

Po dosazení:

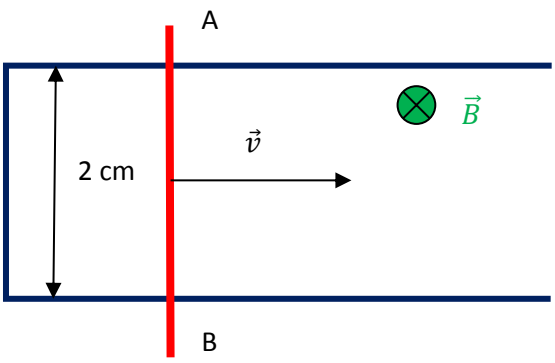
$\mathrm{P} = \frac{(3.5.2)^2}{4}\ \mathrm{W} = \frac{900}{4}\ \mathrm{W} = 225\ \mathrm{W}$

Výkon má velikost 225 W. A poznáte muže na obrázku? Je to anglický fyzik Michael Faraday.

9. Je dán drát ve tvaru písmene U. K němu je vodivě připojen drát AB. Toto zařízení je v homogenním magnetickém poli, které je kolmé na rovinu drátu. AB se pohybuje rychlostí 10 cm. s^{-1}. Velikost magnetické indukce je 30 T. Vypočtěte indukované napětí ze změny indukčního toku plochou drátu a pak z magnetické síly působící na elektrický náboj v drátě.

Řešení:

$\mathbf{B = 30T, v = 10\ cm.s^{-1} = 10^{-1}m}$, $\boldsymbol{l = 2\ cm = 2.10^{-2}m, U_i} = ?$



Drát AB se pohybuje v rovině kolmé k indukčním čarám homogenního magnetického pole.

$\Longrightarrow U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = U_i = -\frac{B.\Delta S}{\Delta t} = -\frac{B.v\,.\Delta t.l}{\Delta t} \Longrightarrow \mathbf{U_i = -B.v\,.l}$

Po dosazení:

$U_i = -30.10^{-1}.2.10^{-2}\,V = 6.10^{-2}\,V\ 60mV$

Předpokládáme. Že drát AB je kovový. Jsou v něm určitě obsaženy záporné volné elektrony a kladné ionty.

Tyto částice s nábojem se spolu s drátem AB pohybují v homogenním magnetickém poli, působí na ně magnetická síla, která podle FPLR způsobuje hromadění záporných elektronů dole, tj. u bodu B. U bodu A tak zůstane převaha kladných iontů.

$\Longrightarrow$ mezi body A,B vzniká elektrické pole o intenzitě: E = $\frac{F_m}{Q} = \frac{B.Q.v}{Q} = B.v$

$\Longrightarrow$ mezi body A,B je napětí: $\mathbf{U = E.l = B.v\,.l}$

Po dosazení: $U = 30.10^{-1}.2.10^{-2}\,V = 6.10^{-2}\,V = 60mV$

Mezi body A,B vzniká indukované napětí o velikosti $60mV$.

10. **U**rčete velikost elektromotorického napětí indukovaného v křídlech letadla letícího vodorovně rychlostí $720\ \mathrm{km.h^{-1}}$. Vzdálenost koncových bodů křídel je 18 m, velikost svislé složky magnetické indukce magnetického pole Země v daném místě je 5.10^{-5} T.

Řešení:

$\mathbf{v = 720\ km.h^{-1} = 200\ m.s^{-1}, l = 18\ m, B = 5.10^{-5}T, \alpha = 90°},\ \boldsymbol{U_i} = ?$

Křídla letadla o délce l se pohybují v rovině kolmé k indukčním čarám homogenního magnetického pole. Podle Faradayova zákona se mezi konci křídel indukuje napětí, pro jehož velikost platí:

$U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = U_i = -\frac{B.\Delta S}{\Delta t} = -\frac{B.v\,.\Delta t.l}{\Delta t} \Longrightarrow \mathbf{U_i = -B.v.l}$

Po dosazení: Počítáme-li velikost, vynecháme záporné znaménko.

$U_i = 5.10^{-5}.200.18\ \mathrm{V} = 180.10^{-3}\ \mathrm{V} = 180\ \mathrm{mV}$

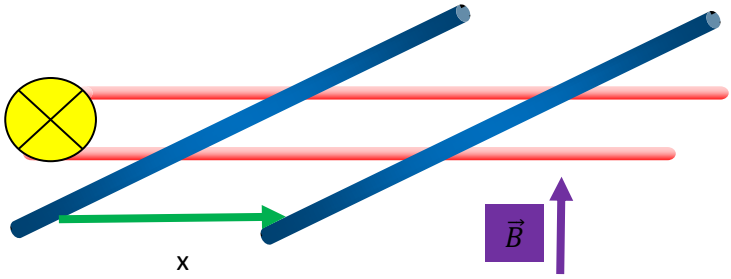
Obrázek 33

11 . **D**va rovnoběžné vodiče leží ve vodorovné rovině ve vzájemné vzdálenosti l = 1 cm. Mezi konci vodičů je připojená žárovka o odporu R = 5 Ω. Homogenní magnetické pole má magnetickou indukci B = 10^{-3} T. Třetí vodič, položený kolmo na dané vodiče, se po nich posouvá po dráze x se zanedbatelným třením. Určete velikost síly, která působí na vodič, jestliže se pohybuje konstantní rychlostí v = 10 cm.s^{-1}.

Řešení:

$\mathbf{l = 1cm = 10^{-2}m, R = 5\Omega, B = 10^{-3}T, \alpha = 90°,\ v = 10\ cm.s^{-1} = 0,1m.s^{-1}}, \boldsymbol{F_m} = ?$

Při pohybu vodiče v magnetickém poli se na jeho koncích indukuje napětí U_i. (Pohybující se vodič plní funci zdroje!) Na vodič s proudem působí magnetické pole silou F_m. „ Modrý“ vodič se posouvá rychlostí v. Pro určení velikosti této síly použijeme vztahy použité v předcházejících příkladech:



$F_m = B.I_i.l = B.\frac{U_i}{R}.l = B.\frac{\Delta\Phi}{R.\Delta t}.l =$

$B.\frac{B.S}{R.\Delta t}.l = B.\frac{B.x.l}{R.\Delta t}.l = \frac{B^2 l^2}{R}.\frac{x}{\Delta t} \Longrightarrow$

$$\mathbf{F_m = \frac{B^2 l^2}{R}.v}$$

Po dosazení:

$F_m = \frac{(10^{-3})^2(10^{-2})^2}{5}.0{,}1\ N =$

$0{,}2.10^{-11}\mathrm{N} = 2.10^{-12}\mathrm{N} = 2\ \mathrm{pN}$

Na vodič působí síla 2 pN.

12 . Určete vlastní indukčnost cívky, jestliže při změně proudu o 100 A za 1 s vzniklo samoindukční elektromotorické napětí 5 V.

Řešení:

$\mathbf{\Delta I = 100A, \Delta t = 1\ s, U_i = 5\ V}, \boldsymbol{L} = ?$

Indukované elektrické pole vzniká v uzavřeném vodiči i při změnách magnetického pole, které jsou vyvolané změnami proudu ve vlastním vodiči. Tento jev se nazývá **vlastní indukce**.

Prochází-li cívkou proud I, vznikne uvnitř závitů cívky magnetické pole. Magnetický indukční tok plochou závitů je přímo úměrný procházejícímu proudu.

$$\boxed{\Phi = L.I}$$

Konstanta této úměrnosti se nazývá indukčnost a značí se L.

Obrázek 34

$L = \frac{\Phi}{I}$; $[L] = Wb.A^{-1} = H\ (henry)$

Jestliže se za Δt změní v cívce proud o ΔI , změní se magnetický indukční tok cívkou o $\Delta\Phi = L.\Delta I$ a v cívce se indukuje napětí

$$\boxed{U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{L.\Delta I}{\Delta t}}$$

$U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{L.\Delta I}{\Delta t} \Longrightarrow \mathbf{L = \frac{U_i.\Delta t}{\Delta I}}$

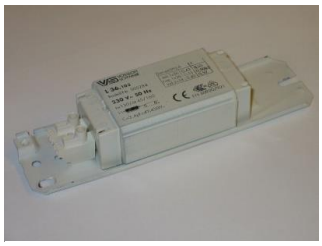
Po dosazení: $L = \frac{5.1}{100}\ H = 0{,}05\ H = 50\ mH$

Pozn. Na obrázku je americký fyzik Joseph Henry (1797 – 1878)

13. Jak rychle se mění proud v cívce s vlastní indukčností 200 mH, jestliže samoindukční elektromotorické napětí je 40 V?

Řešení:

$\mathbf{L = 200\ mH = 0{,}2\ H, U_i = 40\ V}, \quad \mathbf{\frac{\Delta I}{\Delta t}} = ?$


Obrázek 35

$U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{L.\Delta I}{\Delta t} \Longrightarrow \mathbf{\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{U_i}{L}}$

Po dosazení: $\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{40}{0{,}2}\mathrm{A.s^{-1}} = 200\ \mathrm{A.s^{-1}}$

Pozn. Na obrázku je tlumivka. Jedná se o cívku, která je např. součástí obvodu zářivky. Tlumivka s jádrem má hodnotu 0,1H – 100H.

14. Určete vlastní indukčnost závitu, jestliže při změně proudu o ΔI = 0,1A prochází průřezem závitu magnetický indukční tok Φ = 4.10^{-5}Wb.

Řešení:

$\mathbf{\Delta I = 0,1A,\ \Phi = 4\,.\,10^{-5}\ Wb,\ L = ?}$

$$U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{L.\Delta I}{\Delta t} \Longrightarrow \mathbf{L = \frac{\Delta\Phi}{\Delta I}}$$

Po dosazení: $L = \frac{4\,.10^{-5}}{0,1}\ H = 4\,.\,10^{-4}H\,.$ Vlastní indukčnost závitu má hodnotu $4\,.\,10^{-4}H$.

15. Válcová cívka s celkovým odporem 160 Ω má 1000 závitů a obsah příčného řezu 40 cm^2. Cívka je uložená v homogenním magnetickém poli tak, že její osa je rovnoběžná s indukčními čárami. Velikost magnetického pole se rovnoměrně mění v závislosti na čase tak, že ΔB = 10^{-3} T.s^{-1}Δt. Určete teplo, které vznikne v cívce za čas 30 sekund.

Řešení:

$$\mathbf{R = 160\ \Omega, N = 1000 = 10^3\ , S = 40\ cm^2 = 4.\,10^{-3}m^2, \frac{\Delta B}{\Delta t} = 10^{-3}\ T.s^{-1}, \Delta t = 30\ s, Q = ?}$$

Průchodem indukovaného proudu dochází ke zvýšení vnitřní energie cívky. Uvolní se tzv. Joulovo teplo.

$$Q = U_i\,.\,I_i.\Delta t \quad \wedge \quad U_i = N.\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = U_i = N.\frac{\Delta B.S}{\Delta t} \quad \wedge \quad I_i = \frac{U_i}{R}$$

$$\Longrightarrow \quad Q = U_i\,.\,I_i.\Delta t = U_i\,.\frac{U_i}{R}.\Delta t = \frac{U_i^2}{R}.\Delta t \Longrightarrow \mathbf{Q = \frac{(N.\frac{\Delta B.S}{\Delta t})^2}{R}.\Delta t}$$

Po dosazení:

$$Q = \frac{(10^3.10^{-3}.\ 4.10^{-3})^2}{160}.\,30\,J = 3\,.\ 10^{-6}\ \text{J} = 3\ \mu\text{J}$$

V cívce vznikne teplo 3 μJ.

16. Indukčnost hustě navinuté cívky je taková, že při změně proudu o 5 A za sekundu se v ní indukuje elektromotorické napětí 3 mV. Dále platí, že stálý proud 8 A vytváří v každém závitu této cívky magnetický indukční tok 40 μWb.

a) Vypočtěte indukčnost cívky. b) Určete kolik závitů má cívka.

Řešení:

$$\mathbf{\frac{\Delta I}{\Delta t} = 5\ A\,.\,s^{-1}, U_i = 3mV = 3\,.\,10^{-3}V, I = 8A, \Phi = 40\ \mu Wb = 4\,.\,10^{-5}Wb, L = ?, N = ?}$$

a) Proud tekoucí jedním závitem cívky vytváří uvnitř tohoto závitu magnetický indukční tok *Φ*, který je přímo úměrný velikosti proudu. Všech *N* závitů cívky vytváří celkový tok *N.Φ*. Elektromotorické napětí, které se v cívce indukuje, se rovná podílu změny celkového toku a změny času. Celkový tok můžeme také určit pomocí indukčnosti cívky a proudu.

$$\Longrightarrow \quad U_i = -\frac{N.\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{L.\Delta I}{\Delta t}$$

⟹ Pro indukčnost cívky L platí vztah: N . Φ = L . I

Oba vzorce zkombinujeme a dostaneme: $U_i = -\frac{L.\Delta I}{\Delta t} \Longrightarrow \mathbf{L = \frac{U_i.\Delta t}{\Delta I}}$

Po dosazení: $L = \frac{3\,.10^{-3}.1}{5}\ H = 0{,}6\,.\,10^{-3}\text{H} = 0{,}6\text{mH}$

b) Pro indukčnost cívky platí: N . Φ = L . I ⟹ $\mathbf{N = \frac{L\,.I}{\Phi}}$

Po dosazení: $N = \frac{0{,}6 \,.10^{-3} \,.8}{4 \,.10^{-5}} = 120$

Cívka má 120 závitů a její indukčnost je L = 0,6 mH.

17. Válcová cívka dlouhá 10 cm se 600 závity a poloměrem 2 cm rotuje v magnetickém poli o magnetické indukci $3{\cdot}10^{-3}$ T. Určete:

a) maximální indukční tok vnitřkem cívky,

b) indukčnost cívky.

Řešení:

$\mathbf{l = 10cm = 10^{-1}m, N = 600, r = 2cm = 2.10^{-2}cm, B = 3.10^{-3}}, \Phi = ?, \mathbf{L} = ?$

a) Magnetický indukční tok cívkou bude největší, pokud závity cívky bude procházet „co nejvíce“ magnetických indukčních čar ⟹ osa cívky bude rovnoběžná se směrem magnetických indukčních čar.

$$\Phi_{max} = N.B.S$$

Plocha závitu cívky S se rovná obsahu kruhu o poloměru r.

$$\Longrightarrow \mathbf{\Phi_{max} = N.B.\pi.r^2}$$

Po dosazení: $\Phi_{max} = 600.\,3.10^{-3}.\pi.(2.10^{-2})^2 Wb = 2.10^{-3}$ Wb $= 2$ mWb

b) V části a) jsme odvodili, že magnetický indukční tok bude maximální, pokud osa cívky bude rovnoběžná se směrem magnetických indukčních čar. Pro magnetický indukční pak platí

$$\Phi_{max} = N.B.S$$

Za velikost magnetické indukce dosadíme vztah pro magnetickou indukci uvnitř dlouhé cívky: $B = \frac{\mu_0.N.I}{l}$

Použijeme rovnost z příkladu 17: $N \,.\, \Phi = L \,.\, I \Longrightarrow N \,.\frac{\mu_0.N.I}{l}.S = L \,.\, I \Longrightarrow \mathbf{L} = \frac{\mu_0 \,.\, N^2.\, \pi.\, r^2}{l}$

Po dosazení: $L = \frac{4\pi.10^{-7} \,.\, 600^2.\, \pi \,.(\,2.10^{-2})^2}{10^{-1}}$ H $= 6.10^{-3}$H

Maximální indukční tok, který bude procházet cívkou, má 2 mWb. Cívka má indukčnost 6 mH.

18. Dlouhý válcový solenoid se 100 závity na 1 cm má poloměr 1,6 cm. Předpokládejte, že magnetické pole uvnitř solenoidu je rovnoběžné s jeho osou a je homogenní.

a) Jaká je indukčnost solenoidu připadající na 1 metr jeho délky?

b) Jaké elektromotorické napětí se indukuje na 1 metr délky solenoidu, je-li změna proudu 13 A.s^{-1}?

Řešení:

$\mathbf{\frac{N}{l} = 100 = 10^2 cm^{-1}, R = 1,6cm = 1,6.10^{-2}m,\ l = 1m,\ \frac{\Delta I}{\Delta t} = 13A.s^{-1}, L = ?, U_i} = ?$

Dlouhý válcový solenoid má 100 závitů na 1 cm ⟹ na jeden metr jich má 10 000.

Můžeme si to představit tak, že se jedná o cívku dlouhou 1 m s 10 000 závity a my počítáme její indukčnost

$\Longrightarrow \mathbf{N = 10\,000 = 10^4\ m^{-1}, l = 1m}$ **, L = ?**

a) Indukčnost solenoidu je definována jako konstanta úměrnosti mezi celkovým magnetickým tokem závity cívky a protékajícím proudem: $N \,.\, \Phi = L \,.\, I \quad \wedge \quad \Phi = B \,.\, S = B \,.\, \pi \,.\, R^2 \Longrightarrow N \,.\, B \,.\, \pi \,.\, R^2 = L \,.\, I$

(plocha závitu je kolmá na indukční čáry, proto Φ = B . S , R je poloměr závitu cívky, ne poloměr r vodiče, proto označení R)
Protože máme zjistit indukčnost solenoidu připadající na 1 metr jeho délky, dosadíme za magnetickou indukci B uvnitř cívky: $B = \mu_0 . N . I$ (l = 1m; pro jednoduchost výpočtu je to lepší ☺)

$\Longrightarrow$ N . B . π . R^2 = L . I $\Longrightarrow$ N . $\mu_0 . N . I$. π . R^2 = L . I $\Longrightarrow L =$ N . $\mu_0 . N . I$. π . R^2 $\Longrightarrow$ $\mathbf{L = \mu_0 . \pi . (N . R)^2}$

Po dosazení: $L = 4\pi . 10^{-7} . \pi . (10^4 m^{-1} . 1{,}6 . 10^{-2} m)^2 = 0{,}1$ H

b) Proud tekoucí jedním závitem cívky vytváří uvnitř závitu magnetický indukční tok, který je přímo úměrný proudu. Všech *N* závitů cívky vytváří celkový tok *N.Φ*. Velikost elektromagnetického napětí, které se v cívce indukuje, je dáno vztahem:

$$|U_i| = \frac{L . \Delta I}{\Delta t}$$

Po dosazení: $|U_i| = 0{,}1.13$ V = 1,3 V
Jeden metr solenoidu má indukčnost *L* = 0,1 H. V solenoidu se v každém metru indukuje napětí *U*i = 1,3 V.

19. Vypočítejte vlastní indukčnost cívky bez jádra, která má 1000 závitů, délku 20 cm a průměr závitů 2 cm. Jaká je energie magnetického pole cívky, jestliže cívkou prochází proud 2,5 A?

Řešení:

$\mathbf{N = 1000 = 10^3, l = 20cm = 2.10^{-1}m, d = 2cm = 2.10^{-2}m, I = 2,5A, E_m} = ?$

Pro výpočet vlastní indukce použijeme vztah, který jsme už odvodili:

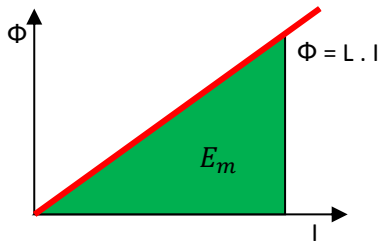
$$\boxed{L = \frac{\mu_0 . N^2 . S}{l}}$$

$$L = \frac{\mu_0 . N^2 . S}{l} = \frac{\mu_0 . N^2 . \frac{\pi d^2}{4}}{l} \Longrightarrow \mathbf{L = \frac{\mu_0 . N^2 \pi d^2}{4 . l}}$$

Po dosazení: $L = \frac{4\pi . 10^{-7} . 10^6 . \pi . (2.10^{-2})^2}{4 . 2 . 10^{-1}}$ $H = 2.10^{-3}$H = 2mH

Vytvoření magnetického pole cívky je provázeno přeměnami energie, které neprobíhají okamžitě. Elektrické síly konají práci a elektrická energie se mění v energii magnetického pole cívky. Aby v cívce vznikl proud, je třeba vykonat práci na překonání indukovaného elektromotorického napětí. Současně vzniká magnetické pole cívky a energii tohoto pole jde „pěkně“ odvodit z grafické závislosti Φ = f(I):

Rovnice grafické závislosti Φ = f(I): Φ = L . I $\Longrightarrow$ jedná se o přímou úměrnost; grafem je polopřímka procházející počátkem; směrnicí je indukčnost cívky L.
Z fyziky jsme už zvyklí, že plocha pod grafem dané funkce má určitý význam. Tak nyní je to **energie magnetického pole cívky**.
Výpočet obsahu pravoúhlého trojúhelníka zvládneme:



$$E_m = \frac{1}{2} . \Phi . I = \frac{1}{2} . L . I . I \Longrightarrow \boxed{E_m = \frac{1}{2} . L . I^2}$$

Nebo také: $E_m = \frac{1}{2}.\Phi.I = \frac{1}{2}.\Phi.\frac{\Phi}{L} = \frac{1}{2}.\frac{\Phi^2}{L} \Longrightarrow$ $\boxed{E_m = \frac{1}{2}.\frac{\Phi^2}{L}}$

Protože jsme si už vypočítali indukčnost cívky, použijeme k výpočtu první vztah:

$\mathbf{E_m = \frac{1}{2}.L.I^2}$

Po dosazení:

$E_m = \frac{1}{2}.2.10^{-3}.2{,}5^2\,J = 6{,}25.10^{-3}\mathrm{J} = 6{,}25\ \mathrm{mJ}$

Vlastní indukčnost cívky je L = 2mH, energie magnetického pole je E_m = 6,25 mJ.

20.

Válcovou cívkou se 100 závity prochází proud 9A. Magnetický indukční tok v dutině cívky je 4 mWb. Vypočítejte energii magnetického pole cívky.

Řešení:

$\mathbf{N = 100 = 10^2}$, $\mathbf{I = 9A}$, $\Phi = \mathbf{4mWb = 4.10^{-3}Wb}$, $\boldsymbol{E_m} = ?$

Pro energii magnetického pole cívky platí vztah:

$E_m = \frac{1}{2}.\Phi.I = \frac{1}{2}.\mathrm{L}.\mathrm{I}^2$; pro magnetickým tokem cívky platí : $\Phi = \mathrm{L}.\mathrm{I} \Longrightarrow \mathrm{L} = \frac{\Phi}{I}$

Má-li cívka N závitů, pak platí:

$E_m = \frac{1}{2}.N.\mathrm{L}.\mathrm{I}^2 = \frac{1}{2}.N.\frac{\Phi}{I}.\mathrm{I}^2 \Longrightarrow \mathbf{E_m = \frac{1}{2}N.\Phi.I}$

Po dosazení: $E_m = \frac{1}{2}10^2.4.10^{-3}.9\,J = 18.10^{-1}\mathrm{J} = 1{,}8\ \mathrm{J}$

Energie magnetického pole cívky má hodnotu 1,8 J.

Střídavý proud

1. Střídavé napětí s frekvencí f = 50 Hz má amplitudu Um = 300 V. Napište rovnici střídavého napětí. Zjistěte okamžitou hodnotu napětí v čase t = 5 ms.

Řešení:

U_m = 300 V, f = 50 Hz, t = 4 ms = 5 . 10^{-3}s, u = ?

Pro okamžitou hodnotu střídavé napětí platí vztah.

u =U_m.sin(ω.t) ; kde ω = 2.π.f

$$\boxed{u = U_m . \sin(2.\pi.f.t)}$$

Po dosazení:

u = 300V.sin(2.π.50.t)

u = 300.sin(100.π.t)

Pro velikost okamžité hodnoty napětí v čase t = 5 ms po dosazení platí:

u = 300V.sin(100 s^{-1}. 180^0.5.10^{-3}s) = 300V.sin(90^0) = 300V

Pozn. S úhly v míře obloukové nepracujeme často. Vidíte, že stačí za π dosadit 180^0 a argument goniometrické funkce máme v nám známé míře stupňové.

2. Střídavý proud v elektrickém obvodu je popsán rovnicí i = 4.sin(140.π.t). Určete amplitudu, frekvenci a periodu střídavého proudu. Určete velikost okamžité hodnoty proudu v čase t = 5 ms.

Řešení:

t = 5 ms = 5 . 10^{-3}s, i = ?

Pro okamžitou hodnotu střídavé proudu platí podobný vztah jako pro napětí vztah:

i = I_m.sin(ω.t) ; kde ω = 2.π.f

$$\boxed{i = I_m . \sin(2.\pi.f.t)}$$

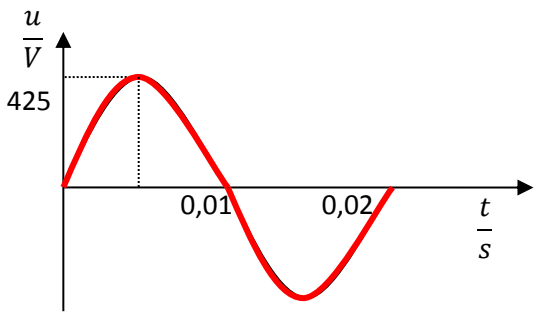
V zadání našeho příkladu platí rovnice: **i = 4 . sin (140.π.t)**
⟹ stačí jenom porovnat odpovídající fyzikální veličiny:

$I_m = 4$ A 2.f = 140 ⟹ f = 70 Hz T = $\frac{1}{f} = \frac{1}{70}$ s = 0,014s

Pro velikost okamžité hodnoty proudu v čase t = 5ms platí:
i = 4.sin (140.π.t) = 4.sin(140. $180^0 s^{-1}$.5. 10^{-3}s) = 4.sin(126^0) ≐ 3,24A

3. Napište rovnici pro okamžitou hodnotu střídavého napětí. Určete amplitudu, frekvenci a periodu střídavého napětí. Určete velikost okamžité hodnoty napětí v čase t = 0,015 s.

Řešení:



Situace je podobná jako v prvních dvou příkladech. Jednotlivé požadované
hodnoty si musíme „ vyčíst“ z grafu:
$U_m = 425$ V, T = 0,02 s, f = $\frac{1}{T} = \frac{1}{0,02}$ Hz = 50 Hz,
ω = 2.π.50 = 100.π
⟹ Pro okamžitou hodnotu střídavé napětí platí vztah:

$$\boxed{u = U_m.\sin(2.\pi.f.t)}$$

⟹ $u = 425.\sin(2.\pi.50.t)$ ⟹ $\mathbf{u = 425.\sin(100.\pi.t)}$

Velikost okamžité hodnoty napětí v čase t = 0,015 s:
a) z grafu vidím, že okamžité hodnoty napětí dosáhne v tomto čase svou maximální hodnotu ⟹ U = -425 V
b) uvedenou hodnotu potvrdíme výpočtem: $u = 425.\sin(100.180^0.0,015)V = 425.\sin(100.180^0.0,015)V = 425.\sin(270^0)V$ = - 425V
Protože se ptáme na velikost okamžité hodnoty napětí: u = 425 V

4. Střídavé napětí má amplitudu 300 V a frekvenci 50 Hz. Za jakou dobu od počátečního okamžiku (t = 0 s , u = 0 V) bude okamžitá hodnota napětí 150 V?

Řešení:
U_m = 300 V, f = 50 Hz, U = 150 V, t = ?

Pro okamžitou hodnotu střídavé napětí platí vztah:
u =U_m.sin(ω.t) ; kde ω = 2.π.f

$$\boxed{u = U_m.\sin(2.\pi.f.t)}$$

Vzhledem k „ pěknému zadání“ (150V je polovina U_m = 300V) mohu tento příklad vyřešit takto:
$\frac{U_m}{2} = \mathbf{U_m.\sin(100.\pi.t)}$ ⟹ $\sin(100.\pi.t) = \frac{1}{2}$ ⟹ $100.\pi.t = \frac{\pi}{6}$ ⟹ t = $\frac{1}{600}$ s ≐ 0,002s

Za 0,002s dosáhne poprvé okamžitá hodnota napětí 150 V.

Pozn:
Použili jsme znalost „ **tabulkových**“ hodnot goniometrických funkcí. Víme, že je-li sinx = $\frac{1}{2}$ ⇒ x = $\frac{\pi}{6}$

Ale musíme si zároveň uvědomit, že funkce sinx je periodická!!! My jsme ve fyzice zvyklí udávat ze všech možných řešení vždy tu nejmenší hodnotu!!!

Za čas T = $\frac{1}{f} = \frac{1}{50}s = 0{,}02s$ nabude okamžitá hodnota napětí opět velikost 150 V!

A pozor!!! Již za čas $\frac{T}{2}$ = 0,01s bude **velikost** okamžité hodnoty napětí také 150V. Okamžitá hodnota napětí má nyní hodnotu **- 150 V**! (podívejte se na graf v příkladu 3)

Při méně „příznivé“ hodnotě střídavého napětí dosadíme do základní rovnice konkrétní hodnoty:

$150 = 300.\sin(100.\pi.t) \Rightarrow \sin(100.\pi.t) = \frac{1}{2} \Rightarrow 100.\pi.t = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{1}{600}\ s \doteq 0{,}002s$

Správná odpověď by měla znít: Okamžitá hodnota napětí nabude velikosti 150 V v časech t = (0,002+k.0,01)s; kde k = 0,1,2,3.....

5. V elektrickém obvodu střídavého proudu je zapojen rezistor o odporu 100 Ω a zdroj střídavého napětí, jehož časový diagram je znázorněn uvedeným grafem. Určete:

a) amplitudu, periodu a frekvenci proudu,

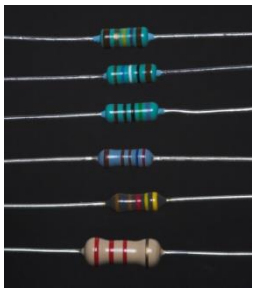
b) časový diagram střídavého proudu,

c) okamžitou hodnotu proudu v čase 3 ms,

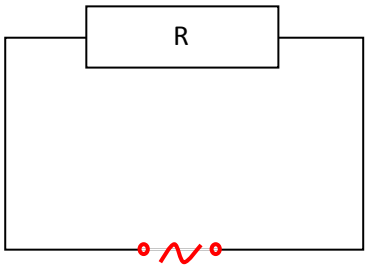
d) efektivní hodnotu střídavého napětí a proudu.

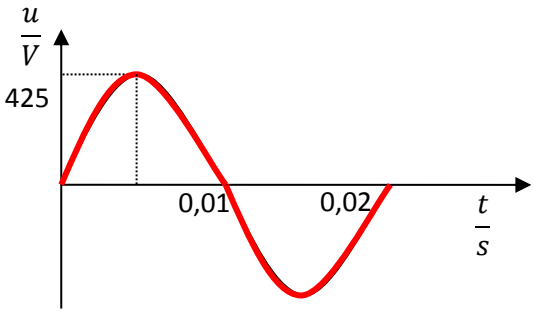
Řešení:

$R = 100\ \Omega$, f = 50 Hz, t = 3 ms = $3.10^{-3}s$



Obrázek 36





Z hodin fyziky víme, že pro jednoduchý střídavý obvod s odporem R platí:

Pro okamžitou hodnotu střídavé napětí platí :

u = U_m.sin(ω.t) ; kde ω = 2.π.f

$$u = U_m.\sin(\omega.t)$$

Pro okamžitou hodnotu střídavé proudu platí :

i = I_m.sin(ω.t) ; kde ω = 2.π.f

$$i = I_m.\sin(\omega.t)$$

Proud a napětí jsou ve fázi!

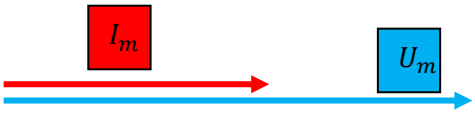
Rezistance (jen jiný název, který upozorňuje, že rezistor je zapojen v obvodu střídavého proudu):

$X_R = R = \frac{U_m}{I_m}$; použijeme-li efektivních hodnot střídavého proudu a napětí, pro které platí, že $I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$;

$U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ potom $X_R = R = \frac{U_{ef}}{I_{ef}}$

$$X_R = R = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U_{ef}}{I_{ef}}$$

Fázorový diagram:



Určete:

a) amplitudu, periodu a frekvenci proudu:

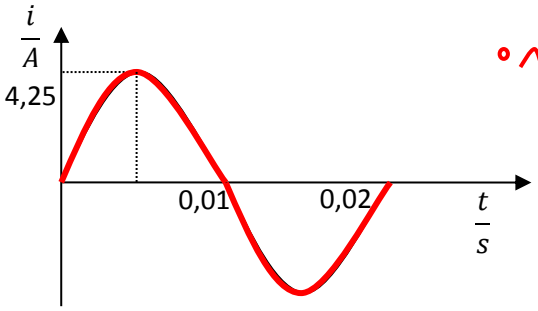
z grafu u = f(t) „vyčtu“:

U_m = 425 V, T = 0,02 s, f = $\frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}02}$ Hz = 50 Hz , ω = 2.π.50 = 100.π

$\Longrightarrow\ R = \frac{U_m}{I_m} \Longrightarrow \mathbf{I_m} = \frac{\mathbf{U_m}}{\mathbf{R}}$

Po dosazení: $I_m = \frac{425}{100}\,\Omega = 4{,}25\,\Omega$; T = 0,02 s; f = $\frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}02}$ Hz = 50 Hz

b) časový diagram střídavého proudu:



c) okamžitou hodnotu proudu v čase 3ms:

Pro okamžitou hodnotu střídavé proudu platí:

$\mathbf{i = I_m.\sin(100.\pi.t)}$

Po dosazení: i = 4,25.sin(100.180^0.0,003)A = 4,25.sin(54^0)A ≐ 3,44A

d) efektivní hodnotu střídavého napětí a proudu:

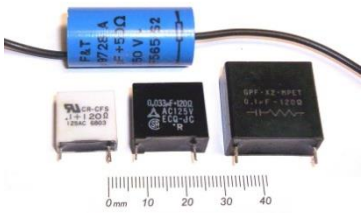
$\mathbf{I_{ef}} = \frac{\mathbf{I_m}}{\sqrt{2}}$ $\Longrightarrow I_{ef} = \frac{3{,}44}{\sqrt{2}}A$ ≐ 2,43A

$\mathbf{U_{ef}} = \frac{\mathbf{U_m}}{\sqrt{2}}$ $\Longrightarrow U_{ef} = \frac{425}{\sqrt{2}}V$ ≐ 300,5V

6. Určete kapacitanci kondenzátoru s kapacitou 30 μF, který je zapojen v obvodě střídavého proudu s frekvencí 50 Hz. Vypočítejte efektivní hodnotu střídavého napětí, je-li amplituda proudu 1,5 A.

Řešení:

$\mathbf{C = 30\ \mu F = 30.10^{-6}F}$, $\mathbf{I_m = 1\ A}$, **f = 50 Hz,** $X_C = ?$, $U_{ef} = ?$



Obrázek 37

Z hodin fyziky víme, že pro jednoduchý střídavý obvod s kondenzátorem C platí:

Pro okamžitou hodnotu střídavé proudu platí :

i = I_m.sin(ω.t) ; kde ω = 2.π.f

$$\boxed{i = I_m.\sin(\omega.t)}$$

Pro okamžitou hodnotu střídavé napětí platí :

u =U_m.sin(ω.t - $\frac{\pi}{2}$) ; kde ω = 2.π.f

$$\boxed{u = U_m.\sin(\omega.t - \frac{\pi}{2})}$$

Proud a napětí nejsou ve fázi! Proud „předbíhá“ napětí o $\frac{\pi}{2}$,nebo spíše napětí se „opožďuje“ za proudem o $\frac{\pi}{2}$!

Pozn: Uvedené rovnice lze psát i jinými ekvivalentními způsoby.Vycházíme z vlastností goniometrických funkcí! Například:

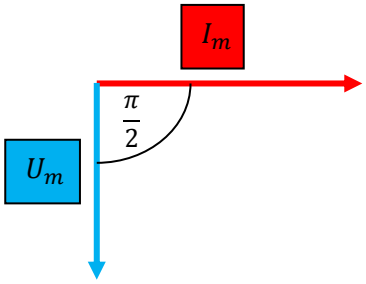
1) $u = U_m.\sin(\omega.t) \quad \wedge \quad i = I_m.\sin(\omega.t + \frac{\pi}{2})$

2) $i = I_m.\sin(\omega.t) \quad \wedge \quad u = U_m.\sin\left(\omega.t - \frac{\pi}{2}\right) = U_m.\left(\sin\omega t.\cos\frac{\pi}{2} - \cos\omega t.\sin\frac{\pi}{2}\right) = U_m.(\sin\omega t.0 - \cos\omega t.1) = -U_m.\cos\omega t$

Kapacitance:

$X_C = \frac{U_m}{I_m} = \frac{1}{\omega.C}$ je zdánlivý odpor kondenzátoru, který je zapojen v obvodu střídavého proudu

Fázorový diagram:



$X_C = \frac{1}{\omega.C} = \frac{1}{2.\pi.f.C}$

Po dosazení: $X_C = \frac{1}{2.\pi.50.30.10^{-6}}\,\Omega \doteq 106{,}1\ \Omega$

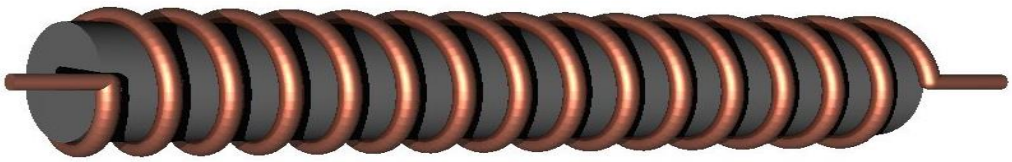
$X_C = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U_{ef}.\sqrt{2}}{I_m} \Longrightarrow U_{ef} = \frac{X_C.I_m}{\sqrt{2}}$

Po dosazení: $U_{ef} = \frac{106{,}1\,.\,1{,}5}{\sqrt{2}}V \doteq 112{,}5\ V$

7. Určete induktanci cívky s indukčností 300mH, která je v obvodu střídavého proudu o frekvenci 50Hz. Vypočítejte amplitudu a efektivní hodnotu proudu, je-li amplituda napětí 126V.

Řešení:

$\mathbf{L = 300\ mH = 0{,}3\ H}$, $\mathbf{U_m = 126\ V}$, **f = 50 Hz,** $X_L = ?$, $I_m = ?$, $I_{ef} = ?$



Obrázek 38

Z hodin fyziky víme, že pro jednoduchý střídavý obvod s cívkou L platí:

Pro okamžitou hodnotu střídavé proudu platí :

i = I_m.sin(ω.t) ; kde ω = 2.π.f

$$\boxed{i = I_m.\sin(\omega.t)}$$

Pro okamžitou hodnotu střídavé napětí platí :

u =U_m.sin(ω.t - $\frac{\pi}{2}$) ; kde ω = 2.π.f

$$\boxed{u = U_m.\sin(\omega.t + \frac{\pi}{2})}$$

Proud a napětí nejsou ve fázi! Proud „se opožďuje“ za napětím o $\frac{\pi}{2}$, nebo spíše napětí „předbíhá“ proud o $\frac{\pi}{2}$!
Pozn: Uvedené rovnice lze psát i jinými ekvivalentními způsoby. Vycházíme z vlastností goniometrických funkcí! Například:

1) $\quad u = U_m.\sin(\omega.t) \quad \wedge \quad i = I_m.\sin(\omega.t - \frac{\pi}{2})$

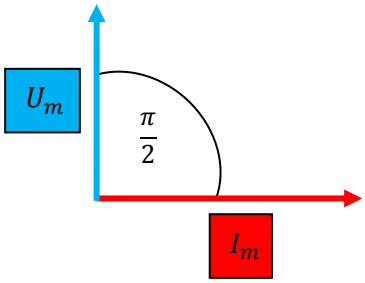
2) $i = I_m.\sin(\omega.t) \quad \wedge \quad u = U_m.\sin\left(\omega.t + \frac{\pi}{2}\right) = U_m.\left(\sin\omega t.\cos\frac{\pi}{2} + \cos\omega t.\sin\frac{\pi}{2}\right) = U_m.(\sin\omega t.0 + \cos\omega t.1) = U_m.\cos\omega t$

Induktance :

$X_L = \frac{U_m}{I_m} = \omega.L$ je zdánlivý odpor cívky, která je zapojena v obvodu střídavého proudu.

POZOR!!! Skutečná cívka má vždy vedle zdánlivého odporu i skutečný (ohmický) odpor. Jedná se o odpor vinutí cívky, který zjistíme buď zapojením do obvodu stejnosměrného proudu $\Longrightarrow R = \frac{U}{I}$; nebo změříme ohmmetrem. Obvod s cívkou pak musíme řešit jako složený obvod RL v sérii!

Fázorový diagram:



A nyní k našim výpočtům:

$\mathbf{X_L = \omega.L = 2.\pi.f.L}$

Po dosazení: $X_L = 2.\pi.50.0{,}3\Omega \doteq 94{,}2\Omega$

$X_L = \frac{U_m}{I_m} \Longrightarrow \mathbf{I_m = \frac{U_m}{X_L}}\ ;\ \mathbf{I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}}$

Po dosazení: $I_m = \frac{126}{94{,}2}$ A = 1,34 A ; $I_{ef} = \frac{1{,}34}{\sqrt{2}}\ A \doteq 0{,}94\ A$

8. Cívka s indukčností 3 H a odporem vinutí 40 Ω byla zapojena nejdříve ke zdroji stejnosměrného napětí 30 V, pak do střídavého obvodu s frekvencí 50 Hz a stejnou efektivní hodnotou napětí. Určete velikost stejnosměrného a střídavého proudu.

Řešení:

$\mathbf{L = 3\ H,\ R = 40\ \Omega, U_s = 30\ V,\ f = 50\ Hz,\ I_s = ?, I_{st} = ?}$

a) zapojení na stejnosměrný zdroj:

$\mathbf{I_s = \frac{U}{R}}$

Po dosazení: $I_s = \frac{30}{40}$ A = 0,75 A = 750 mA

b) zapojení na střídavý zdroj :

$I_{st} = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L)^2}} \Longrightarrow \mathbf{I_{st} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (2.\pi.f.L)^2}}}$

Po dosazení: $I_{st} = \frac{30}{\sqrt{40^2 + (2.\pi.50.3)^2}}$ A = 0,032 A ≐ 32 mA

Poznámka:

Již v tomto příkladě jsme použili vztahy ze složeného obvodu RL v sérii. Jen pro „oživení“ připomínám základní poznatky a pojmy složeného obvodu RLC v sérii:

Impedance (celkový odpor) Z: $Z = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + (\omega.L - \frac{1}{\omega.C})^2}$

Reaktance: $|X_L - X_C|$

Rezonance: $Z = 0 \Longrightarrow X_L - X_C \Longrightarrow \omega.L = \frac{1}{\omega.C} \Longrightarrow \omega^2 = \frac{1}{L.C}$

Pro fázové posunutí φ proudu a napětí platí: $\text{tg}\,\varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$

Složené obvody RL,RC,LC se řeší jako „podmnožiny“ RLC v sérii ☺ !!!

9. K tlumivce s indukčností 30 mH a s odporem 5 Ω chceme sériově připojit rezistor tak, aby vznikl obvod s impedancí 34 Ω. Frekvence střídavého proudu je 50 Hz.
Určete odpor rezistoru.

Řešení:

L = 30 mH = 3.10^{-2} H, $R_C = 5\ \Omega$, Z = 34 Ω, f = 50 Hz, $R_R = x = ?$

Vyjdeme ze vztahu pro impedanci RL v sérii. Musíme si ale uvědomit, že celkový ohmický odpor je dán součtem odporu cívky a připojeného rezistoru, který jsme si pro přehledné počítání označili x.

$Z = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + (X_L)^2} = \sqrt{(R_C + R_R)^2 + (X_L)^2} = \sqrt{(R_C + x)^2 + (2.\pi.f.L)^2}$; po umocnění dostaneme:

$$Z^2 = (R_C + x)^2 + (2.\pi.f.L)^2$$

Nemá smysl, abychom dále počítali obecně. Pro přehlednost dosadíme číselné hodnoty jednotlivých fyzikálních veličin a dostaneme kvadratickou rovnici pro x, kterou snadno vyřešíme.

Po dosazení:

$34^2 = (5 + x)^2 + (2.\pi.50.3.10^{-2})^2$

1156 = 25 + 10.x + x^2 + 88,7

x^2 + 10.x - 1042,3 = 0

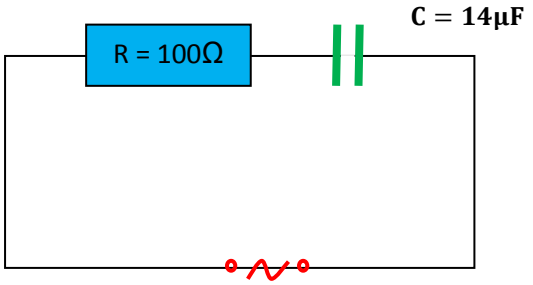
$x_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 4.1042,3}}{2} \Longrightarrow x_1 \doteq 24,65\Omega$, $x_2 \doteq -37,65\Omega$; záporná hodnota nemá fyzikální smysl

Hledaný odpor má hodnotu 24,65Ω

10. Do obvodu střídavého proudu s napětím 250 V a frekvencí 50 Hz je připojený sériově kondenzátor s kapacitou 14μF a rezistor s odporem 100 Ω. Určete impedanci obvodu, proud v obvodě a napětí na kondenzátoru a rezistoru.

Řešení:

$U_{ef} = 250\ V$, f = 50 Hz, $C = 14\ \mu F = 14\,.10^{-6} F, R = 100\ \Omega$, $Z, I, U_C, U_R = ?$



Impedance Z: $Z = \sqrt{R^2 + (X_C)^2} = \sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega.C})^2}$ $\Longrightarrow$ $\mathbf{Z = \sqrt{R^2 + (\frac{1}{2.\pi.f.C})^2}}$

Po dosazení: $Z = \sqrt{100^2 + (\frac{1}{2.\pi.50.14\,.10^{-6}})^2} \doteq 248{,}5\Omega$

Proud I: $\mathbf{I = \frac{U}{Z}}$

Po dosazení: $I = \frac{250}{248{,}5}\,A \doteq 1{,}01\,A$

Napětí na kondenzátoru: $U_C = X_C\,.\,I = \frac{1}{\omega.C}\,.\,I \Longrightarrow \mathbf{U_C = \frac{1}{2.\pi.f.C}\,.\,I}$

Po dosazení: $U_C = \frac{1}{2.\pi.50.14\,.10^{-6}}\,.1{,}01\text{ V} \doteq 229{,}8\text{ V}$

Napětí na odporu: $\mathbf{U_R = R\,.\,I}$

Po dosazení: $U_R = 100\,.1{,}01\,V \doteq 101\,V$

11. Oscilační obvod tvoří cívka s indukčností 0,3 mH a kondenzátor s kapacitou 120 pF. Určete frekvenci rezonance.

Řešení:

$\boldsymbol{L = 0{,}3\,mH = 3\,.10^{-4}\,H\,,\ C = 120\,pF = 12\,.10^{-11}F, f = ?}$

V příkladu 8 už jsme si uvedli, kdy nastává rezonance obvodu:

Rezonance: $Z = 0 \Longrightarrow X_L = X_C \Longrightarrow \omega.L = \frac{1}{\omega.C} \Longrightarrow \omega^2 = \frac{1}{L.C}$

Dále víme, že platí: $\omega = 2.\pi\,.f$

$\Longrightarrow (2.\pi\,.f)^2 = \frac{1}{L.C} \Longrightarrow \mathbf{f = \frac{1}{2.\pi}\,.\sqrt{\frac{1}{L.C}}}$

Po dosazení: $f = \frac{1}{2.\pi}\,.\sqrt{\frac{1}{3\,.10^{-4}.12\,.10^{-11}}}$ Hz $\doteq$ 839245,7 Hz $\doteq$ 0,8 MHz

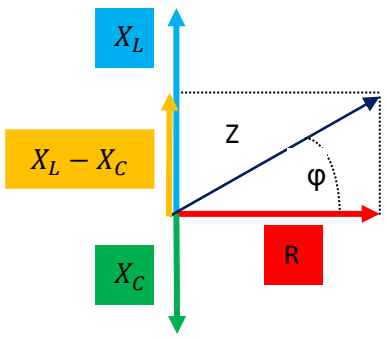
Rezonance obvodu nastane při frekvenci 0,8 MHz.

12. Nakreslete fázorový diagram obvodu RLC v sérii, jestliže $X_C = 0{,}5X_L = R = 1\,\Omega$. Obvodem prochází proud 1 A. Určete impedanci a fázové posunutí napětí a proudu v obvodu.

Řešení:

$\boldsymbol{X_C = 0{,}5X_L = R = 1\,\Omega}$**, I = 1 A, Z = ?, φ = ?**

U jednoduchých obvodů už jsme si ukázali jejich fázorové diagramy. Skutečná cívka je příkladem složitějšího obvodu RL v sérii. Stačí tedy přidat kondenzátor. Protože $X_C = 0{,}5X_L$ má obvod vlastnost induktance (fázor X_L je větší než fázor X_C). A protože všemi prvky protéká při sériovém zapojení stejný proud, nahradíme fázory napětí fázory „ odporů“.



Pro impedanci platí:

$$\mathbf{Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

Po dosazení:

$Z = \sqrt{R^2 + (2R - R)^2} = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2R^2} = R.\sqrt{2} \doteq 1{,}4\Omega$

Fázový posun φ mezi napětí a proudem vidíme z obrázku (fázor impedance Z má stejný směr jako fázor U_m; fázor rezistence R má stejný směr jako fázor I_m)

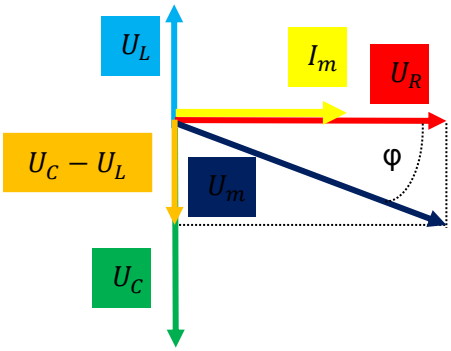
$\Longrightarrow \mathbf{\cos\varphi = \frac{R}{Z}}$

Po dosazení: cos φ = $\frac{R}{R.\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ⟹ φ = 45°= $\frac{\pi}{4}$ rad

13. Obvod RLC v sérii je tvořen rezistorem o odporu 150 Ω, cívkou o indukčnosti 0,5 H a kondenzátorem o kapacitě 4 μF. Obvodem protéká střídavý proud 0,4 A s frekvencí 50 Hz. Nakreslete fázorový diagram obvodu, určete celkové napětí na obvodu a fázový posun mezi napětím a proudem v obvodu.

Řešení:

$\mathbf{R = 150\ \Omega, L = 0,5\ H, C = 4\ \mu F = 4\,.\,10^{-6}\ F, I = 0,4\ A, f = 50\ Hz, U_m = ?, \varphi = ?}$



Abychom správně nakreslili fázorový diagram, musíme vědět, zda je $X_C > X_L$ nebo naopak.

$$X_C = \frac{1}{\omega.C} = \frac{1}{2.\pi.f.C} = \frac{1}{2.\pi.50.4.10^{-6}} \doteq 796\ \Omega$$

$$X_L = \omega.L = 2.\pi.f.L = 2.\pi.50.0,5 \doteq 157\ \Omega$$

⟹ obvod má vlastnosti kapacitance

Celkové napětí na obvodu RLC v sérii získáme vektorovým součtem napětí na jednotlivých prvcích.

Z fázorového diagramu vidíme, že:

$$U_m = \sqrt{U_R{}^2 + (U_C - U_L)^2} = I.\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} = I.\sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega.C} - \omega.L)^2}\ ;\ \text{kde } \omega = 2.\pi.f$$

$$\Longrightarrow \mathbf{U_m = I.\sqrt{R^2 + (\frac{1}{2.\pi.f.C} - 2.\pi.f.L)^2}}$$

Po dosazení:

$$U_m = 0,4.\sqrt{150^2 + (\frac{1}{2.\pi.50.4.10^{-6}} - 2.\pi.50.0,5)^2} = 262,6\ V$$

Fázový posun φ mezi napětí a proudem vidíme z obrázku: $\mathbf{\cos\varphi = \frac{U_R}{U_m} = \frac{R.I}{U_m}}$

Po dosazení:

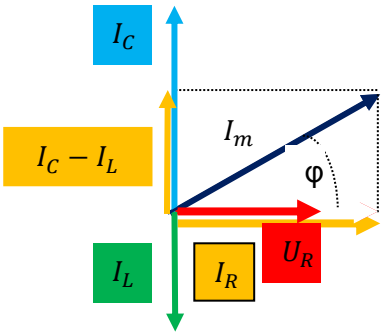
cos φ = $\frac{150.0,4}{262,6}$ ⟹ φ = 76°47‘ ; vzhledem k tomu, že obvod má vlastnosti kapacitance, je správnější psát φ = − 76°47‘

14. Určete impedanci, admitanci, rezonanční frekvenci a fázový posun napětí a proudu paralelního obvodu RLC. Obvodem protéká střídavý proud o frekvenci 0,6 MHz.
Rezistance má hodnotu 3 kΩ, cívka má indukčnost 40 μH a kondenzátor má kapacitu 5 nF.

Řešení:

$\mathbf{R = 3k\Omega = 3.10^3\Omega, L = 40\mu H = 4\,.\,10^{-5}H, C = 5\ nF = 5\,.\,10^{-9}\ F, f = 0,6\ MHz = 6.10^5 Hz, Z, Y, f, \varphi = ?}$

Nyní se jedná o paralelní spojení rezistoru, cívky a kondenzátoru. Připojíme-li jej ke zdroji střídavého harmonického napětí, je nyní na všech součástkách stejné napětí! (V případě skutečné cívky musíme ještě k zapojenému rezistoru přidat ohmický odpor cívky). Fázorový diagram respektuje všechny fázové diagramy jednoduchých obvodů. Oproti obvodu RLC v sérii je nyní všem prvkům společný fázor napětí U_m! (Na pohled tedy vypadá fázorový diagram „skoro“ stejně! ☺)



Z fázorového diagramu odvodíme velikost proudu v obvodu:

$$I_m = \sqrt{{I_R}^2 + (I_C - I_L)^2} =$$

$$\Longrightarrow I_m = U_m . \sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega . C - \frac{1}{\omega . L})^2} \ ;$$

kde $\omega = 2 . \pi . f$; $\quad U_m = U_R = U_L = U_C$

Pro **impedanci** platí:

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U_m}{U_m . \sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega . C - \frac{1}{\omega . L})^2}} \Longrightarrow \mathbf{Z} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + (2.\pi . f . C - \frac{1}{2.\pi . f . L})^2}}$$

Po dosazení:

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(3.10^3)^2} + (2.\pi . 6.10^5 . 5 . 10^{-9} - \frac{1}{2.\pi . 6.10^5 . 4 . 10^{-5}})^2}} \Omega \doteq 81{,}9 \ \Omega$$

Admitance:

V elektrotechnice se převrácená hodnota impedance nazývá **admitance** a značí se Y $\Longrightarrow$ Y = $\frac{1}{Z}$

V obvodu stejnosměrného proudu jsme zvyklí používat název vodivost G = $\frac{1}{Z}$

$$[Y] = [G] = S \ (siemens)$$

$$\Longrightarrow Y = \frac{1}{Z} \Longrightarrow \mathbf{Y} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + (2 . \pi . f . C - \frac{1}{2.\pi . f . L})^2}$$

Po dosazení:

$$Y = \sqrt{\frac{1}{(3.10^3)^2} + (2.\pi . 6. 10^5 . 5 . 10^{-9} - \frac{1}{2.\pi . 6.10^5 . 4 . 10^{-5}})^2} \ S \doteq 0{,}0122 \ S = 12{,}2 \ mS$$

Rezonanční frekvence:

Paralelní rezonance nastává, je-li opět $X_L = X_C \Longrightarrow \omega . L = \frac{1}{\omega . C} \Longrightarrow \omega^2 = \frac{1}{L.C} \Longrightarrow$ Z = R $\Longrightarrow$ celková impedance je největší.

$$\omega^2 = \frac{1}{L.C} \Longrightarrow (2.\pi . f)^2 = \frac{1}{L.C} \Longrightarrow \mathbf{f} = \frac{1}{2.\pi} . \sqrt{\frac{1}{L.C}}$$

Po dosazení: $f = \frac{1}{2.\pi} . \sqrt{\frac{1}{4 . 10^{-5} . 5 . 10^{-9}}}$ Hz = 256061,78 Hz ≐ 256 kH

Fázový posun napětí a proudu:

Fázový posun φ mezi napětí a proudem vidíme z obrázku: $\cos \varphi = \frac{I_R}{I_m} = \frac{\frac{U_m}{R}}{\frac{U_m}{Z}} \Longrightarrow \boldsymbol{\varphi} = \frac{Z}{R}$

Po dosazení: $\cos \varphi = \frac{81{,}9}{3.10^3} = 0{,}0273 \Longrightarrow \varphi = 88°26'$

Pozn:

Elektrická vodivost – konduktance, absolutní schopnost dané elektrické součástky vést elektrický proud. Převrácená hodnota elektrického odporu.

15. Elektrická energie se přenáší z elektrárny do místa spotřeby dálkovým vedením o odporu 0,2 Ω. Výkon elektrárny je 70 kW a napětí, při kterém se tento výkon přenáší je a) 14 kV, b) 140 V.
Určete pro oba případy ztrátový výkon. Na základě výsledku zdůvodněte, jaké napětí je pro dálkové přenosy energie vhodnější.

Řešení:

R = 0,2 Ω, P = 70 kW = $7 . 10^4$ W, U_a = 14 kV= $14 . 10^3$ V, U_b = 140 V

Obrázek 39

Zadaná napětí jsou napětí „zdroje“. Elektrické vedení toto napětí pouze přenáší do místa spotřeby. Ztrátový výkon je výkon, který se „během cesty od elektrárny ke spotřebiči“ změní v Jouleovo teplo. To je způsobeno odporem vodiče, kterým se elektrický proud z elektrárny vede.
Výkon elektrického proudu je dán součinem proudu a napětí. Měníme-li napětí, při kterém daný výkon přenášíme, musíme měnit i proud, aby výkon zůstal stejný.
Vzorec pro výkon jako funkci odporu vodiče a proudu můžeme použít, protože induktance i kapacitance budou mít velmi malou hodnotu vzhledem k odporu vodiče.

Výkon elektrárny si můžeme vyjádřit jako: P = U.I
Proud, který protéká elektrárnou, je stejný jako proud, který protéká vodiči.

Ztrátový výkon ve vodiči si vyjádříme jako: $P_Z = U_z \,.\, I$

Podle Ohmova zákona platí: $U_z = R \,.\, I$; R je odpor vodiče.

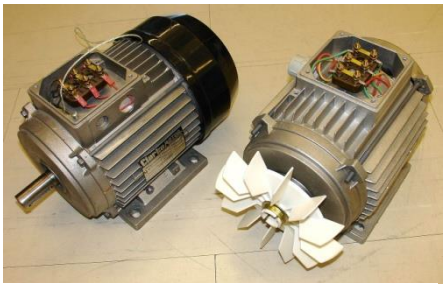
Dosadíme do vzorce pro ztrátový výkon: $P_Z = U_z \,.\, I = R \,.\, I \,.\, I = R \,.\, I^2$

Vyjádříme-li si proud pomocí výkonu elektrárny, dostaneme pro ztrátový výkon vyjádření:
$P_Z = R \,.\, I^2 \Longrightarrow \mathbf{P_Z = R \,.\, (\frac{P}{U})^2}$
Po dosazení: a) $P_Z = 0{,}2 \,.\, \left(\frac{7.10^4}{14.10^3}\right)^2 = 5$ W
b) $P_Z = 0{,}2 \,.\, \left(\frac{7.10^4}{140}\right)^2 = 5.10^4\ W = 50$ kW
Ztrátový výkon, při přenosovém napětí 14 kV, je 5 W. Při přenosovém napětí 140 V je ztrátový výkon 50 kW.Z těchto výsledků je vidět, že pro přenos elektrického výkonu používáme vysoké napětí, abychom zmenšili ztráty na přívodním vedení.

16. Elektrický motor připojený ke zdroji se střídavým efektivním napětím 230 V a frekvencí 50 Hz koná (mechanickou) práci s výstupním výkonem 80 W. Jaký je odpor elektrického motoru, protéká-li jím efektivní proud 0,7 A?

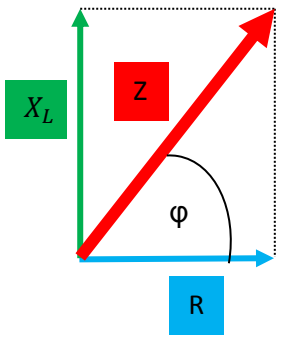
Řešení:

U_{ef} = 230 V, f = 50 Hz, P = 80 W, I_{ef} = 0,7 A, R = ?



Obrázek 40

Použijeme vzorec pro výpočet výkonu v obvodu se střídavým proudem, který obsahuje také fázové posunutí mezi napětím a proudem.
Elektrický motor si můžeme představit jako spojení rezistoru a cívky. Protože motorem protéká střídavý proud, musíme při výpočtu výkonu vzít v úvahu i fázové posunutí mezi napětím a proudem. Ve vzorci pro výkon vystupuje kosinus fázového posunutí, tzv. účiník.
Ze zadaného proudu protékajícího motorem, napětí zdroje a výkonu motoru zjistíme fázové posunutí mezi napětím a proudem. Pomocí Ohmova zákona určíme celkovou impedanci a z fázového posunutí potom zjistíme hodnotu odporu.
Výkon elektrického motoru v obvodu se střídavým proudem je dán vztahem: P = $U_{ef} \,.\, I_{ef} \,.\, cos\varphi$
$\Longrightarrow$ Vyjádříme si kosinus fázového posunutí: $cos\varphi = \frac{P}{U_{ef} \,.\, I_{ef}} \wedge Z = \frac{U_{ef}}{I_{ef}}$
Nakreslíme si fázorový diagram, do kterého zaneseme již známé hodnoty fázového posunutí a impedance. Velikost odporu vyjádříme ze vzniklého trojúhelníku.



$\cos\varphi = \frac{R}{Z} \implies R = Z\,.\cos\varphi$

Dosadíme za cosinus fázového posunu a impedanci:

$\implies R = \frac{U_{ef}}{I_{ef}} \cdot \frac{P}{U_{ef}\,.I_{ef}} \implies \mathbf{R} = \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{I_{ef}}^2}$

Po dosazení: $R = \frac{80}{0{,}7^2}\,\Omega \doteq 163{,}3\,\Omega$

Pozn: Vzhledem k tomu, že motor obsahuje cívky, můžeme předpokládat, že fázové posunutí mezi napětím a proudem je způsobeno spíše indukčností motoru než kapacitou motoru.

17. Po zapojení spotřebiče na střídavé napětí o efektivní hodnotě 230 V odebírá spotřebič elektrický proud o efektivní hodnotě 6,0 A při účiníku cos φ = 0,75. Určete:
a) zdánlivý výkon spotřebiče,
b) činný výkon spotřebiče,
c) jalový výkon spotřebiče,
d) energii odebranou spotřebičem za dobu 2h.

Řešení:

U_{ef} = 230 V, f = 50 Hz, I_{ef} = 6 A, cosφ = 0,75, t = 2h

a) Zdánlivý výkon spotřebiče - je největší možný výkon, odpovídající nulovému fázovému posunu (tzn. účiníku rovnému jedné). Je to výkon, který je potřeba ke spotřebiči donést. Měli by být podle něj dimenzované přívodní vodiče.
$\implies \mathbf{P_Z = U_{ef}\,.\,I_{ef}}$
Po dosazení:
$P_Z = 230\,.6\,W = 1380\,W$

b) Činný výkon - Střední hodnotu výkonu za periodu nazýváme činný výkon (někdy označujeme jako příkonP_O). Je to výkon, který se přenáší od zdroje ke spotřebiči, kde se nenávratně proměňuje v jiný druh energie, např. teplo. Platí:
$\implies \mathbf{P_Z = U_{ef}\,.\,I_{ef}.\cos\varphi}$; $\cos\varphi$ je tzv. účinník
Po dosazení:
$P_Z = 230\,.6\,.0{,}75\,W = 1035\,W$

c) Jalový výkon - Pokud se účiník nerovná jedné, část výkonu se v obvodu pouze přelévá tam a zpět. Je to způsobeno tím, že elektrická energie v jedné části periody v kondenzátoru vytváří elektrické pole, resp. v cívce magnetické pole, v druhé části periody pak tato pole zanikají a stejná energie se vrací do obvodu, v této části periody má okamžitý výkon zápornou hodnotu. Jalový výkon je právě výkon, který se takto periodicky „přelévá", a pro jeho velikost platí:
$\implies \mathbf{P_Z = U_{ef}\,.\,I_{ef}.\sin\varphi}$; $\varphi = arccos0{,}75 \implies \varphi = 41°24'$
Po dosazení:
$P_Z = 230\,.6\,.\sin 41°24'W = 1035.0{,}66\,W = 683{,}1\,W$
Při zátěži s indukčním charakterem vychází jalový výkon kladný, při kapacitní zátěži záporný.

d) Energii odebranou spotřebičem získáme jako součin činného výkonu P a doby t:
$\implies \mathbf{E = P\,.\,t}$
Po dosazení:
E = 1035 . 2 . 3600 J = 7 452 000 J = 7,452 MJ
Zdánlivý výkon, který je třeba ke spotřebiči dodat elektrickou sítí, je asi $1380\,W$. Činný výkon, který odebírá spotřebič ze sítě je přibližně $1035\,W$, jalový výkon má hodnotu přibližně $683{,}1\,W$. Za 2 h spotřebič odebere z elektrické sítě energii o velikosti přibližně 7,452 MJ.

18. Primární vinutí transformátoru má 300 závitů a sekundární vinutí 15 závitů.
a) Jaké je sekundární napětí, je-li sekundární obvod rozpojený a primární napětí je 140 V?
b) Jaký poteče proud v primárním a sekundárním vinutí, je-li sekundární vinutí připojeno k odporové zátěži 20 Ω?

Řešení:

$\mathbf{N_1 = 400, N_2 = 15, U_1 = 140\ V, R = 20\ \Omega, U_2, I_1, I_2} = ?$

Obrázek 41

Funkce transformátoru je založena na elektromagnetické indukci. Na společném uzavřeném jádře jsou nasazeny dvě cívky. Primární cívka je připojena ke zdroji střídavého napětí. Průchodem proudu primární cívkou se vytvoří v jádře proměnné magnetické pole a v libovolném závitu primární nebo sekundární cívky se indukuje napětí $u_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$; závity cívek jsou navzájem spojeny za sebou ⟹ napětí na jednotlivých závitech se sčítají.

⟹ celkové napětí na primární cívce s N_1 závity je: $u_1 = -N_1 . \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

celkové napětí na sekundární cívce cívce s N_2 závity je: $u_2 = -N_2 . \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

Pokud má primární cívka zanedbatelný odpor, má indukované napětí na primární cívce stejnou velikost jako připojený zdroj. Má ale opačnou fázi!
Pro poměr efektivních hodnot indukovaných napětí platí **rovnice transformátoru:**

$$\boxed{\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = k}$$

k nazýváme transformačním poměrem.

$$\Longrightarrow \mathbf{U_2 = U_1 . \frac{N_2}{N_1}}$$

Po dosazení: $U_2 = 140 . \frac{15}{400}\ V \doteq 5{,}25\ V$

b) Pro ideální transformátor platí, že výkon na primární cívce se rovná výkonu na cívce sekundární.
$\Longrightarrow P_1 = P_2 \Longrightarrow U_1 . I_1 = U_2 . I_2 \Longrightarrow I_1 = \frac{U_2 . I_2}{U_1} \wedge I_2 = \frac{U_1 . I_1}{U_2}$ Použijeme také Ohmův zákon.
V sekundárním obvodu je ale zapojený odpor velikosti R. Proud v sekundárním obvodu se bude řídit Ohmovým zákonem: $I_2 = \frac{U_2}{R} \Longrightarrow U_1 . I_1 = U_2 . \frac{U_2}{R} = \frac{{U_2}^2}{R} \Longrightarrow \mathbf{I_1 = \frac{{U_2}^2}{R.U_1}}$

Po dosazení: $I_1 = \frac{5{,}25^2}{20 . 140}\ A \doteq 0{,}0098\ A = 9{,}8\ mA$

Výpočet proudu $\mathbf{I_2 = \frac{U_2}{R}}$

Po dosazení: $I_2 = \frac{5{,}25}{20}\ A \doteq 0{,}263\ A = 263\ mA$

19. Transformátor o účinnosti 98 % zvyšuje napětí 220 V na 1500 V. Sekundární cívkou prochází proud 0,5 A. Jaký proud prochází primární cívkou?

Řešení:

$\mathbf{\eta = 98\% = 0{,}98, U_1 = 220\ V, U_2 = 1500\ V, I_2 = 0{,}5\ A, I_1} = ?$

Co znamená, že má transformátor účinnost 95 %? Jaký bude vztah mezi příkonem a výkonem transformátoru?
Část energie se mění v teplo. Pro ideální transformátor by se výkon primární cívky (příkon transformátoru) rovnal

výkonu sekundární cívky (výkon transformátoru). Dochází-li ke ztrátám, je sekundární výkon menší. Pomocí vztahu mezi výkony na obou cívkách zjistíme primární proud.

$$\eta \,.\, P_1 = P_2 \;\Longrightarrow\; \eta \,.\, U_1 .\; I_1 = U_2 .\; I_2 \;\Longrightarrow\; \mathbf{I_1 = \frac{U_2 .\; I_2}{\eta \,.\, U_1}}$$

Po dosazení: $I_1 = \frac{1500\,.\;0{,}5}{0{,}98.220}\,A \doteq 3{,}5A$

Primární proud transformátoru s účinností 95 % má hodnotu přibližně 2,5 A.

20. Transformátor, který je chlazený olejem, transformoval výkon P = 10 MW s účinností 98 %. Zjistěte teplotu oleje při výstupu z transformátoru. Vstupní teplota oleje byla 18 °C. Olej má hustotu 960 kg.m^{-3} , měrnou tepelnou kapacitu c = 2,09 kJ.$kg^{-1}K^{-1}$. Objemový tok oleje pláštěm transformátoru je 2,1 l.s^{-1}.

Řešení:

$P = 10\ MW = 10^7\ W, \eta = 97\ \% = 0{,}97\ , t_0 = 17\ °C$, ρ = 960 kg.$m^{-3}$,
c = 2,09 kJ.$kg^{-1}K^{-1} = 2{,}09.10^3 J.kg^{-1}K^{-1}$, V_1 = 2,1 l.s^{-1}= 2,5. $10^{-3}m^3.s^{-1}$

Obrázek 42

Je-li účinnost transformátoru 98%, znamená to, že 2% jeho výkonu se přeměňuje na teplo. Transformátor musí být chlazený, aby nedošlo k jeho poškození. Způsob chlazení se označuje značkou. U našeho transformátoru by to mohlo být např. **ORWF**-transformátor s olejovým chlazením v uzavřené nádobě. Olej cirkuluje pomocí čerpadla a přitom prochází přes výměník tepla. Ve výměníku se tepelným olejem ohřívá voda, která odvádí teplo. Cirkulace vody je také pomocí čerpadla.

$$(1-\eta).P = Q$$

$$\Longrightarrow\; (1-\eta).P = c\,.\,m\,.\,(t - t_0) \;\Longrightarrow\; (1-\eta).P = c\,.\,m\,.\,(t - t_0)$$

$$\Longrightarrow\; (1-\eta).P = c\,.\,\rho.V_1.(t - t_0) \;\Longrightarrow\; \mathbf{t = \frac{(1-\eta).P}{c\,.\,\rho.V_1} + t_0}$$

Po dosazení: $t = \left(\frac{(1-0{,}97)\,.\,10^7}{2{,}09.10^3.\;960\,.\;2{,}5.10^{-3}} + 17\right)°C \doteq 76{,}8\ °C$

Teplota oleje při výstupu z transformátoru je asi 76,8 °C.

Obsah:

1. Mechanické kmitání a vlnění 3
2. Elektrický náboj a elektrické pole.....13
3. Elektrický proud v kovech.....25

4. Elektrický proud v polovodičích, kapalinách a plynech……..37
5. Stacionární magnetické pole……48
6. Nestacionární magnetické pole……..61
7. Střídavý proud……71
8. Obsah……84
9. Zdroje……85

Zdroje obrázků:

Pro vyhledání obrázků byl použit portál **http://www.cmis.cz/dum/**se zatržením možností upravovat a použít pro komerční účely. Tento portál garantuje obrázky pod licencí Creativ Commons nebo Public domain.

1. **Krejčí, Jan.** [Online] 14. 9 2009. [Citace: 25. 9 2013.] http://www.vytahy.cz/cz/reference/nove-realizace.htm.

2. **NASA ESA.** Soubor:Nasa earth.jpg. [Online] 2006. [Citace: 2.10. 2013.] http://www.nasa.gov/.

3. **Groh, Honza.** Soubor:Kytara a ruka.jpg. [Online] 21. 5 2008. [Citace: 10. 10 2013.] **http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/f7/Kytara_a_ruka.jpg/450px-Kytara_a_ruka.jpg**.

4. **Patcart.** Soubor:CF-188A BANKING.jpg. [Online] 13. 6 2009. [Citace: 17. 10 2013.] http://cs.wikipedia.org/wiki/McDonnell_Douglas_CF-18_Hornet.

5. **Mayer, Daniel.** Soubor:Chevelle at 2007 MyCoke Fest in Atlanta3 cloned.jpg. [Online] 1. 4 2005. [Citace: 17. 10 2013.] http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Chevelle_at_2007_MyCoke_Fest_in_Atlanta3.JPG.

6. File:Charles de coulomb.jpg. *upload.wikimedia.org.* [Online] 15. 7 2012. [Citace: 20. 10 2013.] **http://en.wikipedia.org/wiki/File:Charles_de_coulomb.jpg**.

7. **nadace, Nobelova.** Soubor: Millikan.jpg. [Online] 1923. [Citace: 16. 11 2013.] http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1923/millikan-bio.html.

8. **StefanPohl.** File:Millikan aufbau.jpg. *Wikipedia Commons .* [Online] 5. 6 2012. [Citace: 16. 11 2013.] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/52/Millikan_aufbau.jpg.

9. **Pysz, Wojciech.** Soubor:Rotary capacitor Pionier.JPG. [Online] 22. 10 2000. [Citace: 3. 1 2014.] **http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b4/Rotary_capacitor_Pionier.JPG**.

10. *pixabay.com.* [Online] [Citace: 9. 2 2014.] **http://pixabay.com/static/uploads/photo/2012/12/24/08/38/copper-72062_640.jpg**.

11,12,13,14 Vlastní tvorba

15. File:Germanium.jpg. *Wikimedia Commons.* [Online] 3. 8 2004. [Citace: 4. 10 2014.] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/5e/Germanium.jpg.

16. **José Carlos González Sánchez.** File:Termistor perla.jpg. *Wikimedia Commons.* [Online] 17. 5 2010. [Citace: 10. 4 2014.] **http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b4/Termistor_perla.jpg**.

17. File:Fotodio.jpg. *Wikimedia Commons.* [Online] 28. 12 2005. [Citace: 18. 4 2014.] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e6/Fotodio.jpg.

18. File:Tranzistor NPN - zapojení SE.svg. *Wikimedia Commons.* [Online] 2. 2 2007. [Citace: 20. 4 2014.] https://encrypted-tbn1.gstatic.com/images .

19. File:Transistors.agr.jpg. *Wikimedia Commons.* [Online] 11. 11 2005. [Citace: 17. 4 2014.] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/5a/Transistors.agr.jpg.

20. File:EPROM Intel C1702A (2).jpg. *Wikimedia Commons.* [Online] 21. 4 2006. [Citace: 2. 5 2014.] **http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/9f/EPROM_Intel_C1702A_(2).jpg**.

21. File:Potassium-2.jpg. *Wikimedia Commons.* [Online] 9. 5 2011. [Citace: 3. 5 2014.] **http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a4/Potassium-2.jpg**.

22. File:Nickel-Metallhydrid-Batterie.jpg. *Wikimedia Commons.* [Online] 15. 1 2008. [Citace: 10. 5 2014.] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/52/Nickel-Metallhydrid-Batterie.jpg.

23. Súbor:Plasma-lamp 2.jpg. *Wikimedia Commons.* [Online] 10. 9 2008. [Citace: 24. 5 2014.] **http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/26/Plasma-lamp_2.jpg**.

24. Súbor:Lightning 3024.jpg. *Wikimedia Commons .* [Online] 4. 4 2007. [Citace: 17. 5 2014.] **http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/2e/Lightning_3024.jpg**.

25. File:Neon-glow.jpg. *Wikimedia Commons.* [Online] 31. 7 2009. [Citace: 24. 5 2014.] **http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f8/Neon-glow.jpg**.

26. File:Earth's magnetic field, schematic.svg. *Wikimedia Commons.* [Online] 12. 1 2012. [Citace: 4. 7 2014.] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/f6/Earth%27s_magnetic_field%2C_schematic.s.

27. File:VFPt Solenoid correct2.svg. *Wikimedia Commons.* [Online] 6 2010. [Citace: 7. 7 2014.] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/0/0d/VFPt_Solenoid_correct2.svg/490px-VFPt_Solenoid_correct2.svg.png.

28. File:CERN Compact Muon Solenoid.jpg. *Wikimedia Commons.* [Online] 31. 4 2008. [Citace: 7. 6 2014.] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/25/CERN_Compact_Muon_Solenoid.jpg.

29. File:Picture of solenoid.png. *Wikimedia Commons.* [Online] 22. 12 2010. [Citace: 27. 5 2014.] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/ff/Picture_of_solenoid.png.

30. File:Cyklotron.jpg. *Wikimedia Commons.* [Online] 20. 6 2006. [Citace: 20. 7 2014.] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/73/Cyklotron.jpg.

31. File:Wilhelm Eduard Weber II.jpg. *Wikipedia.* [Online] 9. 2 2009. [Citace: 15. 8 2014.] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/55/Wilhelm_Eduard_Weber_II.jpg.

32. File:Faraday photograph ii.jpg. *Wikimedia Commons.* [Online] 20. 2 2007. [Citace: 10. 8 2014.] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/62/Faraday_photograph_ii.jpg.

33. File:Praha-Ruzyně, přistávající letadlo Korean Air.jpg. *Wikimedia Commons .* [Online] 5. 8 2013. [Citace: 20. 8 2014.] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d8/Praha-Ruzyn%C4%9B,_p%C5%99ist%C3%A1vaj%C3%ADc%C3%AD_letadlo_Korean_Air.jpg.

34. File:Joseph Henry (1879).jpg. *wikimedia commons.* [Online] 17. 11 2007. [Citace: 3. 9 2014.] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/da/Joseph_Henry_-_Brady-Handy.jpg.

35. Obrázek typu JPEG. *wikimedia commons.* [Online] [Citace: 10. 9 2014.] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/3/31/Inductor_for_a_fluorescent_lamp_PNr%C2%B00019.jpg/1280px-Inductor_for_a_fluorescent_lamp_PNr%C2%B00019.jpg.

36. File:6 different resistors.jpg. *Wikimedia Commons.* [Online] 16. 7 2005. [Citace: 10. 10 2014.] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/3d/6_different_resistors.j

37. File:Snubber.jpg. *Wikimedia Commons.* [Online] 4. 9 2007. [Citace: 10. 10 2014.] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/ec/Snubber.jpg.

38. File:Solenoid-with-core.JPG. *Wikimedia Commons.* [Online] 16. 12 2012. [Citace: 12. 10 2014.] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c3/Solenoid-with-core.JPG.

39. File:Electric-wiring.JPG. *Wikimedia Commons.* [Online] 14. 5 2008. [Citace: 15. 10 2014.] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b9/Electric-wiring.JPG.

40. File:Silniki by Zureks.jpg. *Wikimedia Commons.* [Online] 5. 6 2008. [Citace: 22. 10 2014.] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/3/3a/Silniki_by_Zureks.jpg/800px-Silniki_by_Zureks.jpg.

41. File:Metylovice, Dolní Konec, transformátor 02.jpg. *Wikimedia Commons.* [Online] 27. 12 2010. [Citace: 5. 11 2014.] http:/upload.wikimedia.org/ /commons/6/6b/Metylovice,_Doln%C3%AD_Konec,_transform%C3%A1tor_02.jpg.

42. Trafostation Alter Hellweg IMGP4722. *wikipedia commons.* [Online] 13. 4 2007. [Citace: 6. 11 2014.] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a3/Trafostation_Alter_Hellweg_IMGP4722.jpg.

Knihy:

1. **doc.RNDr.Oldřich Lepil, CSc,PaedrDr.Přemysl Šedivý.** *Elektřina a magnetismus.* Praha : nakladatelství Prometheus, spol.s.r.o., 2004. ISBN 80-7196-202-3.

2. **Lepil, doc.RNDr.Oldřich.** *Mechanické kmitání a vlnění.* Praha : nakladatelství Prometheus, spol.s.r.o., 2003. ISBN 80-7196-216-3.

3. **doc.RNDr.Oldřich Lepil, CSc.,doc.RNDr.Miroslava Široká,CSc.** *Sbírka testových úloh k maturitě z fyziky.* Praha : nakladatelství Prometheus,spol.s.r.o., 2001. ISBN 80-7196-222-8.

4. **Miklasová, RNDr.Věra.** *Sbírka úloh pro SOŠ a SOU.* Praha : Prometheus, spol.s.r.o., 1999. ISBN 80-7196-135-3.

5. **Bartuška, RNDr.Karel.** *Sbírka řešených úloh z fyziky pro střední školy III-Elektřina a magnetismus.* Praha : nakladatelství Prometheus, spol.s.r.o., 1998. ISBN 80-7196-035-7.

6. **David Halliday, Robert Resnick,Jearl Walker.** *Fyzika,část3,Elektřina a magnetismus.* Brno : nakladatelství Vutium, 1997. ISBN 80-214-1868-0.

7. **doc.RNDr.Václav Koubek, CSc.,doc.RNDr.Oldřich Lepil,CSc. a kolektiv.** *Sbírka úloh z fyziky pro gymnázia, II.díl.* Praha : Státní pedagogické nakladatelství, 1991. ISBN 80-04-25533-7.

8. **RNDr. Miroslav Kružík, CSc.** *Sbírka úloh z fyziky pro žáky středních škol.* Praha : Státní pedagogické nakladatelství,n.p., 1984. 14-117-84.

9. **doc.RNDr.Emanuel Svoboda, CSc.,RNDr.František Barták,RNDr.Miroslava Široká,CSc.** *Fyzika pro technické obor středních škol.* Praha : Státní pedagogické nakladatelství,n.p., 1984. 14-548-84.

10. **Hana Kolářová, Roman Kubínek.** *Fyzika stručně a jasně,přehled fyziky v příkladech a testových otázkách.* Olomouc : Univerzita Palackého v Olomouci, 2008. ISBN 978-80-244-2083-7.

11. **Ing.Pavol Tarábek, CSc. a kolektiv, Mgr.Petra Červinková a.** *Odmaturuj z fyziky.* Brno : Didaktis spol.s.r.o., 2006. ISBN 80-7358-058-6.

12. **RNDr.Vojtěch Žák, Ph.D.** *Fyzikální úlohy pro střední školy.* Praha : nakladatelství Promrtheus,spol.s.r.o., 2011. ISBN 978-80-7196-411-7.

13. **Bartuška, RNDr.Karel.** *Sbírka řešených úloh z fyziky pro střední školy II.* Praha : nakladatelství Prometheus, spol.s.r.o., 1997. ISBN 80-7196-034-9.

Zdroje obrázků pro úvodní list a záhlaví všech kapitol:

Úvodní list

1. Soubor:Jupiter_magnetosphere_schematic.jpg. *wikipedia.org.* [Online] 2014. [Citace: 20.7. 2014.] http://cs.wikipedia.org/wiki/Magnetick%C3%A9_pole_Jupiteru#mediaviewer/Soubor:Jupiter_magnetosphere_schematic.jpg.

2. Tramvaj Tatra K2R-RT č. 1018, Moravské náměstí, Brno. *wikipedia.org.* [Online] 15. 6. 2013. [Citace: 20. 11. 2014.] http://cs.wikipedia.org/wiki/Tatra_K2R#mediaviewer/Soubor:Brno,_Moravsk%C3%A9_n%C3%A1m.,_BMUE_2013,_Tatra_K2R-RT_%C4%8D._1018_(2013-06-15;_01).jpg.

3. **Kriplozoik.** File:Electric-wiring.JPG. *wikipedia.org.* [Online] 5 2008. [Citace: 15. 3 2014.] http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Electric-wiring.JPG.

Mechanické kmitání a vlnění – úvodní kapitola

1. Kto vynašiel pružinu na hranie? *to-fakt.sk.* [Online] [Citace: 1. 11 2013.] http://to-fakt.sk/kto-vynasiel-pruzinu-na-hranie/.

2. **Aktron / Wikimedia Commons.** Soubor:Praha, Letná, metronom.JPG. *www.wikipedia.org.* [Online] 1. 4 2007. [Citace: 29. 10 2013.] http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Praha,_Letn%C3%A1,_metronom.JPG.

3. **Netscher, Caspar.** File:Christiaan Huygens-painting.jpeg. *www.wikipedia.org.* [Online] 1671. [Citace: 29. 10 2013.] http://en.wikipedia.org/wiki/File:Christiaan_Huygens-painting.jpeg.

4. **Zacatecnik.** Soubor:Swing(seat).JPG. *www.wikipedia.org.* [Online] 27. 9 2007. [Citace: 1. 11 2013.] http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Swing(seat).JPG.

5. **Daniel Sancho.** File:Foucault pendulum closeup.jpg. *www.wikimedia.org.* [Online] 23. 10 2005. [Citace: 29. 10 2013.] http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Foucault_pendulum_closeup.jpg.

Elektrický náboj a elektrické pole – kapitola 2

1. **ArtMechanic.** File:Coulomb.jpg. *wikiopedia.org.* [Online] 30. 3 2006. [Citace: 15. 1 2014.] http://en.wikipedia.org/wiki/File:Coulomb.jpg.

2. **Wojciech Pysz.** File:Rotary capacitor Pionier.JPG. *wikipedia.org.* [Online] 22. 10 2000. [Citace: 15. 1 2014.] http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Rotary_capacitor_Pionier.JPG.

3. **Choi Jesenice.** Jak se zbavit statické elektřiny, . *blog.daum.net.* [Online] 27. 9 2013. [Citace: 15. 1 2014.] http://blog.daum.net/wwaraetr654/10.

4. **DIREKTOR.** File:Tesla circa 1890.jpeg. *wikipedia.org.* [Online] 3. 10 2013. [Citace: 15. 1 2014.] http://en.wikipedia.org/wiki/File:Tesla_circa_1890.jpeg.

5. **MayaSimFan.** File:Nikola Tesla Memorial Center.JPG. *wikipedia.org.* [Online] 20. 8 2007. [Citace: 15. 1 2014.] http://en.wikipedia.org/wiki/File:Nikola_Tesla_Memorial_Center.JPG.

Elektrický proud v kovech

1. **DcoetzeeBot.** File:Abraham Archibald Anderson - Thomas Alva Edison - Google Art Project.jpg. *wikipedia.org.* [Online] 2. 10 2012. [Citace: 15. 3 2014.] http://en.wikipedia.org/wiki/File:Abraham_Archibald_Anderson_-_Thomas_Alva_Edison_-_Google_Art_Project.jpg.

2. **Kriplozoik.** File:Electric-wiring.JPG. *wikipedia.org.* [Online] 5 2008. [Citace: 15. 3 2014.] http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Electric-wiring.JPG.

3. **Pavol Kukučík.** Novinky. *railpage.net.* [Online] 13. 5 2007. [Citace: 15. 3 2014.] http://www.railpage.net/modules/news/article.php?storyid=1182.

4. **Smial.** File:Trafostation Alter Hellweg IMGP4722.jpg. [Online] 13. 4 2007. [Citace: 15. 3 2014.] http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Trafostation_Alter_Hellweg_IMGP4722.jpg.

El. proud v polovodičích, kapalinách a plynech – úvodní část

1. **ScAvenger.** File:Dubulttriode darbiibaa.jpg. *wikipedia.org.* [Online] 15. 3 2014. http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Dubulttriode_darbiibaa.jpg.

2. **Luc Viatour.** Súbor:Plasma-lamp 2.jpg. *wikipedia.org.* [Online] 2004. [Citace: 15. 1 2014.] http://sk.wikipedia.org/wiki/S%C3%BAbor:Plasma-lamp_2.jpg.

3. File:Akku AA LR6 Mignon.jpg. *wikipedia.org.* [Online] 18. 6 2006. [Citace: 15. 3 2014.] http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Akku_AA_LR6_Mignon.jpg.

4. **Barbara Watson.** File:Lightning hits tree.jpg. *wikipedia.org.* [Online] 15. 3 2014. [Citace: 2. 4 2001.] http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Lightning_hits_tree.jpg.

5. **Afrank99.** File:LEDs.jpg. *wikipedia.org.* [Online] 16. 6 2005. [Citace: 15. 3 2014.] http://commons.wikimedia.org/wiki/File:LEDs.jpg.

6. **Che.** File:CCD in camera.jpg. *wikipedia.org.* [Online] 14. 4 2006. [Citace: 15. 3 2014.] http://commons.wikimedia.org/wiki/File:CCD_in_camera.jpg.

Stacionární magnetické pole – úvodní část

1. Severní Polární Záře Aurora Polární Záře Severní Pól. *pixabay.com.* [Online] 19. 1 2005. [Citace: 2014.] http://pixabay.com/cs/severn%C3%AD-pol%C3%A1rn%C3%AD-z%C3%A1%C5%99e-aurora-69221/.

2. Soubor:Jupiter_magnetosphere_schematic.jpg. *wikipedia.org.* [Online] 25. 5 2007. [Citace: 2014.] http://cs.wikipedia.org/wiki/Magnetick%C3%A9_pole_Jupiteru#mediaviewer/Soubor:Jupiter_magnetosphere_schematic.jpg.

3. File:Geodynamo Between Reversals.gif. *wikipwdia.org.* [Online] 24. 2 2007. [Citace: 20. 7 2014.] http://en.wikipedia.org/wiki/File:Geodynamo_Between_Reversals.gif.

4. **Newton Henry Black.** File:Magnet0873.png. *wikipedia.org.* [Online] 1913. [Citace: 20. 7 2014.] http://en.wikipedia.org/wiki/File:Magnet0873.png.

5. Soubor:Coulomb.jpg. *wikipedia.org.* [Online] 2006. [Citace: 20. 7 2014.] http://cs.wikipedia.org/wiki/Charles-Augustin_de_Coulomb#mediaviewer/Soubor:Coulomb.jpg.

Nestacionární magnetické pole – úvodní část

1. Soubor:James-clerk-maxwell_1.jpg. *wikipedia.org.* [Online] 15. 5. 2005. [Citace: 20. 9. 2014.] http://cs.wikipedia.org/wiki/James_Clerk_Maxwell#mediaviewer/Soubor:James-clerk-maxwell_1.jpg.

2. Soubor:DoorBell_002.jpg. *wikipedia.org.* [Online] 24. 3. 2014. [Citace: 20. 9. 2014.] http://cs.wikipedia.org/wiki/Zvonek#mediaviewer/Soubor:DoorBell_002.jpg.

3. **Thomas Phillips.** Soubor:M_Faraday_Th_Phillips_oil_1842.jpg. *wikipedia.org.* [Online] 1842. [Citace: 20.9. 2014.] http://cs.wikipedia.org/wiki/Michael_Faraday#mediaviewer/Soubor:M_Faraday_Th_Phillips_oil_1842.jpg.

4. Bueno, Antonio.Unidad didáctica:"Electricidad, electromagnetismo y medidas". *http://www.portaleso.com/.* [Online] 1. 1. 2008. [Citace: 20. 9. 2014.] http://cs.wikipedia.org/wiki/Elektromotor#mediaviewer/Soubor:Silniki_by_Zureks.jpg/alternador_experimental.

5. File:Trafo_5.jpg. *wikipedia.org.* [Online] 27. 6. 2010. [Citace: 20. 9. 2014.] http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Trafo_5.jpg.

Střídavý proud – úvodní část

1. Soubor:Bipolar_dynamo%2C_side.jpg. *wikipedia.org.* [Online] 10. 7. 2011. [Citace: 20. 11. 2014.] http://cs.wikipedia.org/wiki/Dynamo#mediaviewer/Soubor:Bipolar_dynamo%2C_side.jpg.

2. Soubor:Modern_Steam_Turbine_Generator.jpg. *wikipedia.org.* [Online] 6. 8. 2003. [Citace: 09. 11. 2014.] http://cs.wikipedia.org/wiki/Elektrick%C3%BD_gener%C3%A1tor#mediaviewer/Soubor:Modern_Steam_Turbine_Generator.jpg.

3. Soubor: Soubor:W28.jpg. *wikipedia.org.* [Online] 18. 7. 2006. [Citace: 20. 11. 2014.] http://cs.wikipedia.org/wiki/Telefon#mediaviewer/Soubor:W28.jpg

4. **Ratwod.** Soubor:Hoover_dam_rotor.jpg. *wikipedia.* [Online] 8. 2. 2009. [Citace: 20. 11. 2014.] http://cs.wikipedia.org/wiki/Elektrick%C3%BD_gener%C3%A1tor#mediaviewer/Soubor:Hoover_dam_rotor.jpg.

5. Tramvaj Tatra K2R-RT č. 1018, Moravské náměstí, Brno. *wikipedia.org.* [Online] 15. 6. 2013. [Citace: 20. 11. 2014.] http://cs.wikipedia.org/wiki/Tatra_K2R#mediaviewer/Soubor:Brno,_Moravsk%C3%A9_n%C3%A1m.,_BMUE_2013,_Tatra_K2R-RT_%C4%8D._1018_(2013-06-15;_01).jpg.