PRACOVNÍ LIST

|  |  |
| --- | --- |
| **Název pracovního listu** | Geometrická posloupnost |
| **Číslo pracovního listu** | SP- AK7-PL03-DK |
| **Projekt** | Svět práce v každodenním životě |
| **Číslo projektu** | CZ.1.07/1.1.26/02.0007 |
| **Aktivita** | Matematika interaktivně  |
| **Předmět** | Matematika |
| **Třída** | 4. ročníky 4/G4 a 6/G6 |
| **Škola** | Gymnázium, Hranice, Zborovská 293Zborovská 293, 753 11 Hranice |
| **Autor** | Mgr. Dagmar Kolářová |
| **Anotace** | Důkaz geometrické posloupnosti, vzorce pro geometrickou posloupnost. |

GEOMETRICKÁ POSLOUPNOST

1. Je dána geometrická posloupnost $\left(a\_{n}\right)\_{n=1}^{\infty }$ , kde a1=2, an+1 = an.2
	1. Dokažte, že jde o geometrickou posloupnost
	2. Zapište posloupnost vzorcem pro n-tý člen
	3. Určete součet prvních 10 členů posloupnosti
2. Čísla 6 a 24 jsou šestým a osmým členem GP. Určete:
	1. První člen posloupnosti
	2. Kvocient
	3. Vzorec pro n-tý člen
	4. Rekurentní určení této posloupnosti
	5. Vypočítejte součet prvních pěti členů posloupnosti
3. Napište GP, pro kterou platí:

$$a\_{1}-3a\_{2}-2a\_{5}=4 a -2a\_{3}+6a\_{4}+4a\_{7}=-1/2$$

1. Určete podmínku pro q v GP, kde platí: a1=36, $s\_{3}\leq 252$
2. Mezi kořeny kvadratické rovnice $x^{2}-10x+16=0$ vložte čtyři čísla tak, aby spolu tvořily GP. Určete a1 a q
3. Přičteme-li k číslům x=-1, y=11, z=95 stejné číslo, dostaneme první tři členy GP. Určete a5 a s5
4. Mezi čísla 5 a 640 vložte tolik čísel, aby vznikla geometrická posloupnost se součtem vložených členů 630
5. V geometrické posloupnosti je součet prvních 2 členů 4 a součet druhých mocnin těchto členů je 10. Určete GP
6. Hrany kvádru tvoří tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti. Součet těchto tří hran je 13 a povrch kvádru je 78 cm2.
7. V GP je q=2, an = 96 a sn = 186, n=?

GEOMETRICKÁ POSLOUPNOST - řešení

1. Je dána geometrická posloupnost $\left(a\_{n}\right)\_{n=1}^{\infty }$ , kde a1=2, an+1 = an.2
	1. Dokažte, že jde o geometrickou posloupnost:$\frac{a\_{n+1}}{a\_{n}}=2$
	2. Zapište posloupnost vzorcem pro n-tý člen: $a\_{n}=a\_{1}q^{n}, a\_{n}=2^{n+1} $
	3. Určete součet prvních 10 členů posloupnosti a10 =211, $a\_{10}=2\frac{2^{10}-1}{2-1}=2^{11}-1=2046$
2. Čísla 6 a 24 jsou šestým a osmým členem GP. Určete:
	1. Kvocient: a8=a6.q2, q=2
	2. První člen posloupnosti: a1 = a6.q1-6, a1 =3/16
	3. Vzorec pro n-tý člen: an = 3/16 . 2n-1
	4. Rekurentní určení této posloupnosti: an+1=an.2, a1=3/16
	5. Vypočítejte součet prvních pěti členů posloupnosti:s5=93/16
3. Napište GP, pro kterou platí:

$$a\_{1}-3a\_{2}-2a\_{5}=4 , -2a\_{3}+6a\_{4}+4a\_{7}=-1/2$$

$$a\_{1}-3a\_{1}q-2a\_{1}.q^{4}=4$$

$$-2a\_{1}.q+6a\_{1}q^{3}+4a\_{1}q^{6}=-1/2$$

$q=\pm $1/4

$a\_{1}=\frac{512}{31}$ , q = 1/4 $a\_{1}=\frac{512}{223}$ , q = -1/4

$$ $$

1. Určete podmínku pro q v GP, kde platí: a1=36, $s\_{3}\leq 252$

$$s\_{3}=a\_{1}.\frac{q^{3}-1}{q-1}$$

$$s\_{3}=36.\frac{(q-1)(q^{2}+q+1)}{q-1}\leq 252$$

$$q^{2}+q-6\leq 0$$

$$q\in \left〈-3;2\right〉$$

1. Mezi kořeny kvadratické rovnice $x^{2}-10x+16=0$ vložte čtyři čísla tak, aby spolu tvořily GP. Určete a1 a q

$$a\_{1}=2, a\_{6}=8, a\_{6}= a\_{1} .q^{5}, q=\sqrt[5]{4}$$

1. Přičteme-li k číslům x=-1, y=11, z=95 stejné číslo, dostaneme první tři členy GP. Určete a5 a s5

$$ a\_{1}=-1+a, a\_{2}=11+a, a\_{3}=95+a , \frac{11+a}{-1+a}=\frac{95+a}{11+a}$$

a=3, x=2, y=14, z=98, q= 14/2=7, a5=a1.q4=2.74=4802, $s\_{5}=2.\frac{7^{5}-1}{7-1}=5602$

1. Mezi čísla 5 a 640 vložte tolik čísel, aby vznikla geometrická posloupnost se součtem vložených členů 630

$$a\_{1}=5, a\_{n}=640, s\_{n}=5+640+630=1275$$

$$s\_{n}=5.\frac{q^{n}-1}{q-1}=1275$$

$$a\_{n}=a\_{1}.q^{n-1}$$

$$640=5.q^{n-1}$$

$$128q=q^{n}$$

$$128q-1=255q-255, q=2$$

1. Hrany kvádru tvoří tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti. Součet těchto tří hran je 13 a povrch kvádru je 78 cm2.

$$a=a\_{1}, b=a\_{1}.q, c=a\_{1}.q^{2}$$

$$a\_{1}+a\_{1}.q+a\_{1}.q^{2}=13$$

$$a\_{1}^{2}.q+a\_{1}^{2}.q^{2}+a\_{1}^{2}.q^{3}=\frac{78}{2}$$

$$a\_{1}q=3, q=\frac{3}{a\_{1}}, a\_{1}+a\_{1}.\frac{3}{a\_{1}}+a\_{1}.\frac{9}{a\_{1}^{2}}=13$$

$$a\_{1}^{2}-10a\_{1}+9=0, $$

$$a\_{1}=9, q=\frac{1}{3}$$

$$a\_{1}=1, q=3$$

1. V GP je q=2, an = 96 a sn = 186, n=?

$a\_{n}=a\_{1}.q^{n-1}$ $s\_{n}=a\_{1}.\frac{q^{n}-1}{q-1}$

$96=a\_{1}.2^{n-1}$ 186$=a\_{1}.\frac{2^{n}-1}{2-1}$ , $2^{n}=32, n=5$

$$a\_{1}=\frac{96}{2^{n-1}}$$

**Zdroje:**

1.**Odvárko,Oldřich.** *Matematika pro gymnázia. Posloupnosti a řady.* Praha : Prometheus, 1995. ISBN 80-7196-195-7.

2.**Odvárko,Oldřich.** *Sbírka úloh z matematiky pro gymnázia. Posloupnosti a řady.* Praha : Prometheus, 2002. ISBN 80-7196-054-3.