



# MATURITA Z MATEMATIKY

## NANEČISTO

Vyzkoušej si státní maturitu z matematiky nanečisto! Dr. Matika si připravil didaktický test, který ti pomůže se připravit na maturitu z matematiky. Přípravná videa můžeš najít na stránkách Doktora Matika (QR kód) - <https://drmatika.cz/>

Autor: Dr. Michal Mašika



## 1. Didaktický test nanečisto

Tento test obsahuje **26 úloh**; u každé z nich je uvedeno, kolik bodů za ní lze získat. Celkové maximální bodové hodnocení testu je **50 bodů**, přičemž hranice úspěšnosti je **17 bodů**.

Na vyřešení testu máte celkem **120 minut**. Používat můžete jen povolené pomůcky (psací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky, rýsovací potřeby a kalkulačku bez grafického režimu, řešení rovnic a úprav algebraických výrazů).

**Řešení** testu si společně uděláme v našem **YouTube streamu dne, 23. 02., v 10 hodin**. Náš YouTube kanál najdete zde (QR kód nebo url dole):

<http://bit.ly/2UgHNya>

Chcete-li být o případných změnách streamu informováni a obdržet řešení v papírové formě, přihláste se zde:

<https://drmatika.cz/statni-maturita-z-matematiky-veda/#prihlaska>

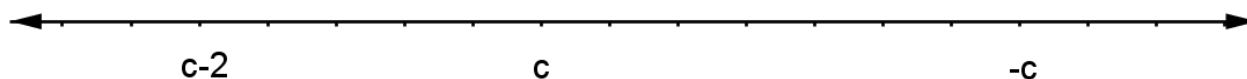


**Příklad 1** M je množina všech reálných čísel, která splňují současně dvě podmínky: **1 bod**

- vzdálenost čísla od 2 je menší nebo rovna 6
- absolutní hodnota čísla je větší než 3

Množinu M zapište intervalem / intervaly

**Příklad 2** Na číselné ose jsou vyznačeny obrazy reálných čísel  $c$ ,  $c-2$  a  $-c$ . **1 bod**



Vyznačte na číselné ose obraz čísla  $-1$ .

**Příklad 3** Jsou dány množiny

**2 body**

$$A = (-\infty; 5) \quad B = \langle -2; 7 \rangle \quad C = (-5; 3)$$

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE)

	A	N
3.1 $A \cup B = (-\infty; 7)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.2 $A \cap B = \langle -2; 5 \rangle$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.3 $B \cup C = \langle -2; 3 \rangle$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.4 $B \cap C = \langle -2; 3 \rangle$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.5 $A \cup C = (-\infty; 3)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Příklad 4**

**2 body**

Z kávy Arabika a Robusta byla vytvořena směs o celkové hmotnosti 30 kg. Cena 1 kg Arabiky byla 800 Kč. A cena Robusty byla 400 Kč. Cena směsi kávy byla rovna součtu cen obou složek.

**Určete z kolika kilogramů kávy Arabika a z kolika kilogramů kávy Robusta byla vytvořena 20 kg směs, jejíž 5 kg staly 2500 Kč. Uveďte celý postup řešení.**

**Příklad 5** Pro  $a \in (0; \infty)$  zjednodušte:

**2 body**

$$\frac{a\sqrt{a\sqrt{a}} \cdot \sqrt{36a^{36}} \cdot \sqrt[5]{a^{-5}}}{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt[4]{a^{11}} \cdot \sqrt[12]{a^2}}{a} =$$

**Příklad 6** Je dán výraz

**2 body**

$$\frac{4d + 24}{d - 3} \cdot \frac{81 - 9d^2}{d - 6}$$

Určete všechny hodnoty  $d \in \mathbf{R}$ , pro které je hodnota výrazu rovna nule.

**Příklad 7** Je dán výraz  $V(x)$

**2 body**

$$V(x) = \sqrt{\frac{x - 5}{x + 3} - 2}$$

Pro který z následujících intervalů je daný výraz definován?

A)  $(-13; -5)$

B)  $(-2; 8)$

C)  $(-11; -3)$

D)  $(-11; -3)$

E)  $(-3; 11)$

**Příklad 8** V oboru  $\mathbf{R}$  řešte:

**max. 2 body**

$$\frac{3}{2x - 3} - \frac{x - 3}{8x - 12} = \frac{11}{20}$$

**Příklad 9** V oboru  $\mathbb{R}$  jsou dány rovnice

**2 body**

I:  $4x^2 - 8 = -8x$

II:  $4x^2 - 10x + 7 = \frac{3}{4}$

III:  $2x^2 + 2x - 3 = 2x - 6$

Která z uvedených rovnic **má právě jedno řešení**?

A) I a II

B) II a III

C) pouze I

D) pouze II

E) pouze III

**Příklad 10**

**max. 2 body**

**Přiřaďte** ke každé nerovnici (**10.1 – 10.3**) řešené v oboru  $\mathbb{R}$  odpovídající množinu **všech řešení (A – E)**

10.1  $\frac{6-x}{-3} > 4$

A)  $\emptyset$

10.2  $\frac{-3}{6-x} \geq 0$

B)  $(-\infty; 6)$

10.3  $\frac{6-x}{x-6} > 0$

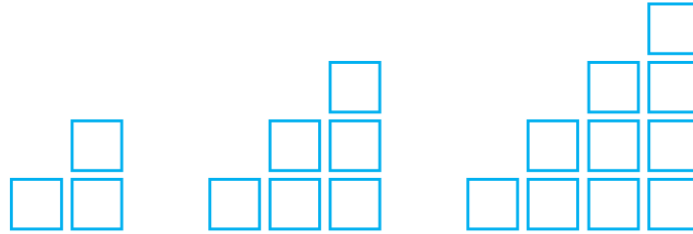
C)  $(6; \infty)$

D)  $(-\infty; 18)$

E)  $(18; \infty)$

**Příklad 11****max. 4 body**

Malé čtverečky jsou uspořádány do trojúhelníku. Ve spodní řadě každého následujícího trojúhelníku je o jeden čtvereček více.



**11.1** Kolik čtverečků bude obsahovat **spodní řada** 147. trojúhelníku?

**11.2** Kolik čtverečků bude obsahovat **147. trojúhelník**?

**11.3** Vyjádřete celkový počet čtverečků k vytvoření  $n$ -tého trojúhelníku v závislosti na  $n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

**Příklad 12 V oboru  $\mathbb{R}$  řešte****max. 2 body**

$$\frac{125}{5^{2-2x}} = \sqrt[3]{0,04}$$

V **záznamovém archu** uveďte celý **postup řešení**

**Příklad 13****1 bod**

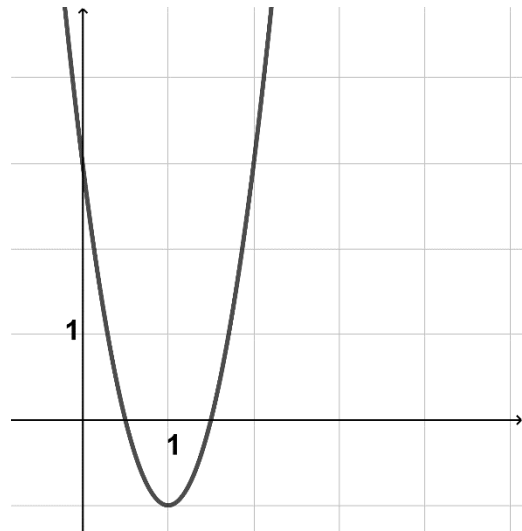
V kartézské soustavě souřadnic

je sestaven graf funkce

$$f: y = 4x^2 - 8x + 3, \text{ pro } x \in \mathbb{R}.$$

Určete všechny hodnoty proměnné  $x$ ,

pro něž je  $f(x) \geq 3$ .

**Příklad 14****max. 2 body**

Je dána funkce  $f: y = 6 \cos x$

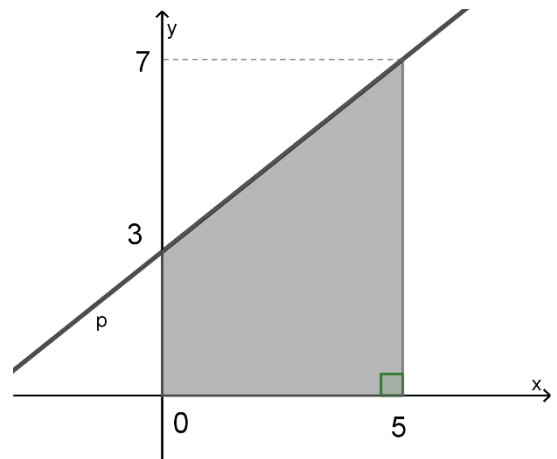
Určete všechna  $x$  z intervalu  $(-\frac{\pi}{2}; 2\pi)$ , pro která je hodnota funkce rovna -3.

### Příklad 15

max. 4 body

Je dán následující obrazec (lichoběžník), jehož vrcholy jsou v bodech:  $[0;0]$ ,  $[5;0]$ ,  $[5;7]$  a  $[0;3]$ . Posledními dvěma vrcholy prochází přímka  $p$ .

15.1 Zapište obecnou rovnici přímky  $p$ .



15.2 Vypočtěte odchylku přímky  $p$  a souřadnicové osy  $x$ . Výsledek uveďte ve stupních a minutách.

15.3 Vypočtěte obsah tmavého obrazce.

### Příklad 16

1 bod

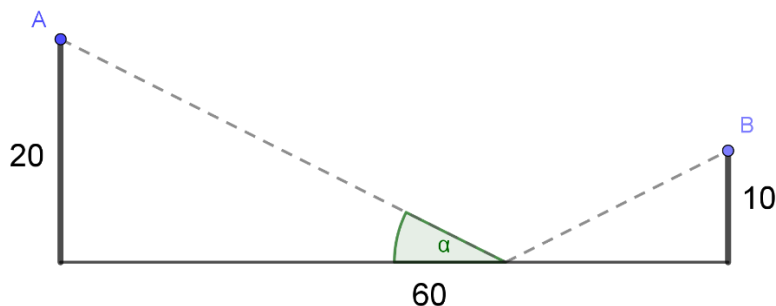
Určete součet všech přirozených trojčiferných čísel, která jsou dělitelná dvanácti.



**Příklad 17**

max. 3 body

Dva chlapci, Adam a Béd'a, stojí na dvou, 60 metrů od sebe vzdálených, věžích a házejí si míčkem. Trajektorie míčku je znázorněna na spodním obrázku. Zatímco první věž je 20 metrů vysoká, druhá věž měří 10 metrů. Výšku chlapců a ztracenou energii při letu a dopadu míčku neberte v potaz.



17.1. Určete, ve které vzdálenosti od věže A se musí míček odrazit, tak aby ho Béd'a dostal přímo do ruky. Uveďte celý postup řešení.

17.2. Vypočítejte velikost úhlu  $\alpha$ . Uveďte celý postup řešení a výsledek zaokrouhlete na celé minuty.

**Příklad 18**

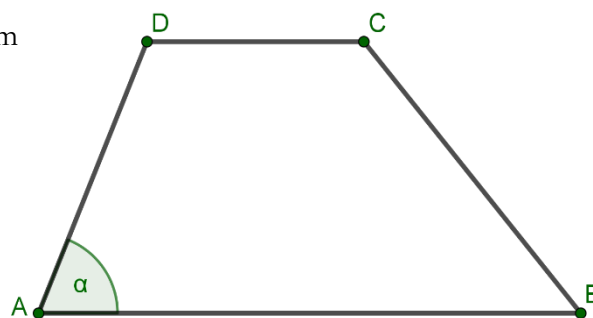
2 body

V rovině je dán lichoběžník ABCD s délkami stran  $|AB|=24$  cm,  $|BC|=14$  cm,  $|CD|=8$  cm,  $|AD|=10$  cm

Jaká je velikost úhlu  $\alpha$ ?

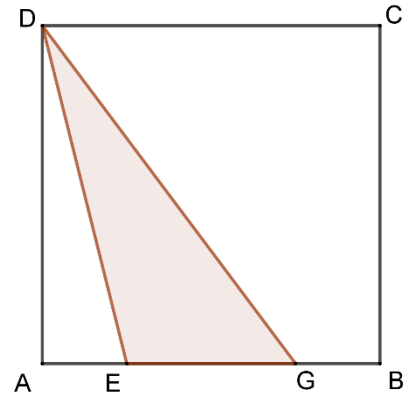
Výsledek je zaokrouhlen na celé stupně.

- A)  $30^\circ$
- B)  $45^\circ$
- C)  $60^\circ$
- D)  $75^\circ$
- E) Jiný úhel



**Příklad 19****1 bod**

Ve čtverci ABCD je vyznačen trojúhelník EGD. Bod E dělí úsečku AB v poměru 1:4,  $|AE| < |EB|$ . Bod G dělí úsečku AB v poměru 4:1,  $|AG| > |GB|$ . Obsah čtverce ABCD je  $100 \text{ cm}^2$ .



Jaký je obsah trojúhelníku EGD?

- A)  $20 \text{ cm}^2$     B)  $30 \text{ cm}^2$     C)  $40 \text{ cm}^2$     D)  $50 \text{ cm}^2$     E) žádný z uvedených

**Příklad 20****max. 2 body**

Čtyřmístný pin má splňovat následující podmínky: V dekadickém zápise je na místě tisíců liché číslo a na místě desítek číslo dělitelné třemi. Každá číslice je použita maximálně jednou (např. kombinace 1234, 3862, 7591 vyhovují těmto podmínkám).

Kolik takových kombinací je možno sestavit?

**Příklad 21**

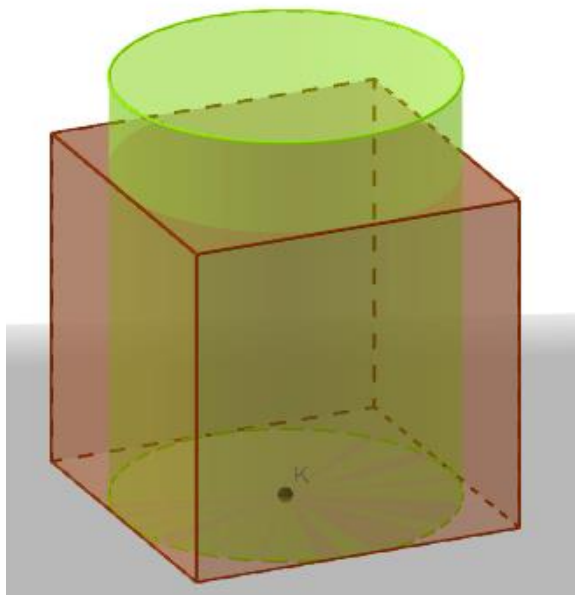
1 bod

Následující těleso vzniklo tím, že jsme dali váleček do krychle, přičemž objem válce je stejný jako objem krychle.

Strana krychle měří 10 cm. Váleček se dotýká všech stran (průměr jeho podstavy je tedy roven straně krychle).

Vypočítejte povrch tohoto tělesa.

- A) 585,84 cm<sup>2</sup>
- B) 664,38 cm<sup>2</sup>
- C) 685,84 cm<sup>2</sup>
- D) 785,84 cm<sup>2</sup>
- E) Žádná z daných možností

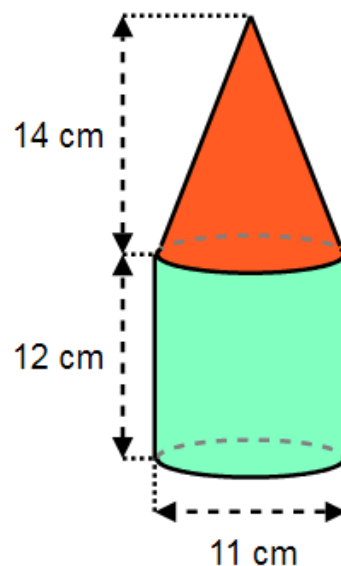
**Příklad 22**

2 body

Věžička se skládá z rotačního válce a rotačního kužele. Rozměry věžičky jsou uvedeny v obrázku.

Vypočítejte povrch této věžičky včetně podstavy

- A) 769,62 cm<sup>2</sup>
- B) 864,66 cm<sup>2</sup>
- C) 959,69 cm<sup>2</sup>
- D) 1583,89 cm<sup>2</sup>
- E) žádný z uvedených



**Příklad 23****2 body**

Jsou dány body  $A[x; -2]$  a  $B[6; 4]$ .

**23.1** Určete souřadnici  $x$  bodu  $A$ , tak aby střed úsečky  $AB$  měl souřadnice  $S[4; 1]$ .

**23.2** Určete souřadnici  $x$  bodu  $A$ , tak aby velikost vektoru  $\overrightarrow{AB}$  byla  $3\sqrt{5}$ .

**Příklad 24****2 body**

Ve skupině jede 50 cyklistů. Celkem 10 z nich se provinilo konzumací alkoholických nápojů před jízdou. Policejní hlídka vybere ze skupiny náhodně 5 cyklistů

Jaká je **pravděpodobnost**, že mezi vybranými cyklisty bude **alepoň jeden z 10 provinilců**? Hodnota pravděpodobnosti je zaokrouhlena na setiny.

- A) 0,69      B) 0,6      C) 0,51      D) 0,42      E) Jiná pravděpodobnost

**Příklad 25****1 bod**

Pro každé  $n \in \{2; 3; 4; 5; \dots\}$  je rozdíl  $\binom{n+2}{2} - \binom{n+1}{2}$  roven:

- A)  $\binom{n+1}{2}$     B)  $\frac{n+1}{2}$     C)  $\frac{n}{2}$     D)  $n+1$     E) jiným počtem

**Příklad 26****max. 2 body**

Ke každé z následujících funkcí (26.1 – 26.4) s definičním oborem  $\mathbb{R}$  přiřaďte obor hodnot (A – F) dané funkce.

- 26.1  $y = (x - 5)^2$     A)  $\mathbb{R}$   
26.2  $y = 5 + x^2$     B)  $(-\infty; 5)$   
26.3  $y = x - 5$     C)  $(0; \infty)$   
26.4  $y = 5$     D)  $(5; \infty)$   
E)  $\{5\}$