MATURITA
Z MATEMATIKY

NANEČISTO

Vyzkoušej si státní maturitu z matematiky nanečisto! Dr. Matika si připravil didaktický test, který ti pomůže se připravit na maturitu z matematiky. Přípravná videa můžeš najít na stránkách Doktora Matiky (QR kód) - https://drmatika.cz/

Autor: Dr. Michal Mašika

1. Didaktický test nanečisto

Tento test obsahuje **26 úloh**; u každé z nich je uvedeno, kolik bodů za ní lze získat. Celkové maximální bodové hodnocení testu je **50 bodů**, přičemž hranice úspěšnosti je **17 bodů**.

Na vyřešení testu máte celkem **120 minut**. Používat můžete jen povolené pomůcky (psací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky, rýsovací potřeby a kalkulačku bez grafického režimu, řešení rovnic a úprav algebraických výrazů.

Řešení testu najdeš v streamu na našem **YouTube dne 16. 03. v 17 hodin**. Náš YouTube kanál najdete zde (QR kód nebo url dole):

http://bit.ly/2UgHNya

Chcete-li být o případných změnách informováni, přihlašte se zde:

https://drmatika.cz/statni-maturita-z-matematiky-videa/#prihlaska

Příklad 1 Jsou dána čísla $-\frac{3}{7}$ a $\frac{1}{6}$ **1 bod**

Určete všechna čísla $x \neq \frac{1}{6}$, jejichž obrazy mají na číselné ose od obrazu čísla $-\frac{3}{7}$ stejnou vzdálenost, jako mají od sebe obrazy čísel $-\frac{3}{7}$ a $\frac{1}{6}$. **Výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.**

Příklad 2 **max 2 body**

Dvě pětiny pozemku zabírá dům a zbývajících 330 m^2 pozemku tvoří zahrada. Dům je zakreslen na mapě s měřítkem 1:1000.

Určete jeho plochu (tedy domu) na mapě v cm^2. Uveďte celý postup řešení.

Příklad 3 **max 2 body**

K číselným výrazům (1.-4.) přiřaďte po úpravě jejich ekvivalentní hodnotu (A)-E)).

1. $|-2^{-3}| - 2^{|-3|} + |-2|^{-3} + |-2|^{|-3|}$
2. $\left(\frac{|-2|}{|-3|}\right)^{3} + \left(\frac{-3}{2}\right)^{-3} - \left|\frac{2}{3}\right|^{2-3} + \frac{3}{2}^{|2-3|}$
3. $3\sqrt{|-3|} - |-3| \cdot \sqrt{3} + \frac{\sqrt{|3\cdot(-3)|}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}$
4. $8^{\left|-\frac{1}{3}\right|} + |-8|^{-\frac{1}{3}} - \left|8^{-\frac{1}{3}}\right|$

A) $-\frac{3}{2}$

B) $\frac{1}{4}$

C) 1

D) 0

E) 2

Příklad 4 **max 2 body**

Tři dělníci mají dohromady postavit plot dlouhý 50 m. První dělník postaví za hodinu 1,5 m plotu, druhý postaví za hodinu o polovinu více než první dělník. Třetí dělník zvládne postavit za hodinu 60% toho, co druhý.

4.1 Jak dlouhý plot postaví za hodinu třetí dělník?

4.2 Kolik hodin jim bude trvat stavba celého plotu, když budou všichni tři pracovat dohromady? (Výsledek zaokrouhlete na celé hodiny)

Příklad 5 **1 bod**

Vyjádřete **tři pětiny rozdílu** výrazů $\frac{5n}{7}$ a $\frac{3n}{8}$ v uvedeném pořadí v co **nejjednodušším tvaru** $(n \in N)$.

Příklad 6 Pro $x \in R \setminus \{0; 3; 6\}$ upravte daný výraz na co nejjednodušší tvar: **2 body**

$$\frac{\mathrm{x} - 3 - \frac{9}{\mathrm{x} - 3}}{5\mathrm{x}^2 - 30\mathrm{x}} =$$

Příklad 7 Doplňte do rámečků taková celá čísla, aby platila rovnost: **2 body**

$$(6x + \square)^2 = \square x^2 + 24x + \square$$

Jaký je součet všech tří čísel doplněných do rámečků?

A) 27 B) 42 C) 93 D) 124 E) jiný počet

Příklad 8 **max 2 body**

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE)

		A	N
8.1	Rovnice $\frac{3}{x+2} - \frac{1}{x-2} = 0$ má pouze jedno řešení v R	☐	☐
8.2	Rovnice $\frac{3}{x+2} - \frac{x}{x-2} = 0$ má právě dvě řešení v R	☐	☐
8.3	Rovnice $\frac{3}{x+2} + \frac{1}{x-2} = 1$ nemá žádné řešení v R	☐	☐
8.4	Řešením rovnice $\frac{3}{x+2} - \frac{1}{x-2} = \frac{2x-8}{x^2-1}$ jsou všechna reálná čísla	☐	☐

Příklad 9 V oboru R je dána soustava nerovnic s neznámou x: **2 body**

$$x^2 - 10x + 24 > 0$$

$$-6x + 5 < -35 + 2x$$

Která z následujících množin je množinou všech řešení dané soustavy?

A) $R\backslash\{4;6\}$ B) $(-\infty;4) \cup (6;\infty)$ C) $(5;\infty)$ D) $(6;\infty)$ E) $\emptyset$

Příklad 10 Řešte rovnici s neznámou $x \in (0, \infty)\setminus\{1\}$: **max. 2 body**

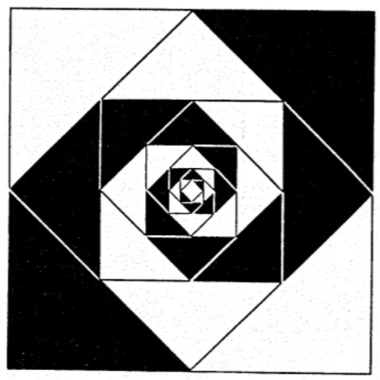
$$\log_x 32 - \frac{1}{2} = \log_x 16$$

Uveďte celý postup řešení

Příklad 11 **max. 3 body**

Je dán čtverec o ploše 100 dm^2. Tento čtverec postupně dělíme na menší čtverce tak, že vrcholy stran každého menšího čtverce jsou ve středu stran toho předcházejícího většího. V každém čtverci vybarvíme černou barvou dva protilehlé trojúhelníky (stejně, jak je tomu na obrázku).

11.1 Vypočtěte plochu v cm^2, kterou zabírají dva černé trojúhelníky v sedmém největším čtverci? Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.



11.2 Jakou plochu v cm^2 zabírají všechny černé plochy v prvních 10 největších čtvercích? Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

Příklad 12 V oboru R řešte **max. 2 body**

$$9^{x-1} - 9^{x} = 24$$

V **záznamovém archu** uveďte celý **postup řešení**

Příklad 13 **max 2 body**

Rozhodněte u každé z následujících rovnic (13.1 - 13.5), zda má pro $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$ **právě dvě** řešení (A), či nikoli (N).

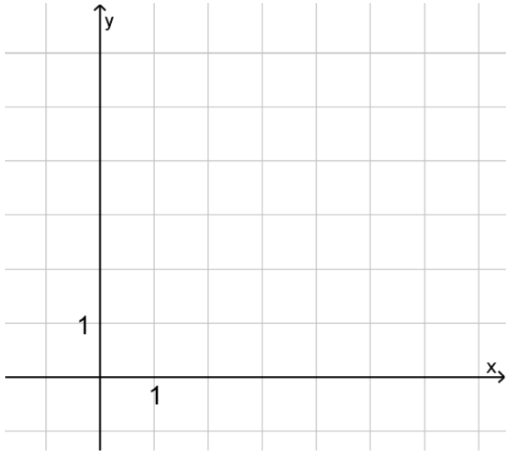
		A	N
13.1	$\cos x = \frac{2}{3}$	☐	☐
13.2	$\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{5}$	☐	☐
13.3	$\sin x = \frac{3}{2}$	☐	☐
13.4	$\sin x = -1$	☐	☐
13.5	$\tan x = 0$	☐	☐

Příklad 14 **max. 3 body**

Graf kvadratické funkce *f* prochází body

A[1; 3], *B[4; 0]*, *C[6; 8]*. Osa souměrnosti

o grafu kvadratické funkce *f* je určena rovnici $x = 3$.



14.1 Zapište souřadnice vrcholu *V[x; y]* grafu funkce *f*.

14.2 V kartézské soustavě souřadnic sestrojte graf funkce *f*.

14.3 Zapište obor hodnot funkce *f*.

Příklad 15 **2 body**

Čtveřice a_1, a_2, a_3, a_4 představuje čtyři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti.
Platí: $a_1 = -2, a_4 = 128$

Čtveřice g_1, g_2, g_3, g_4 představuje čtyři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti.
Platí $g_1 = -2, g_4 = 128$

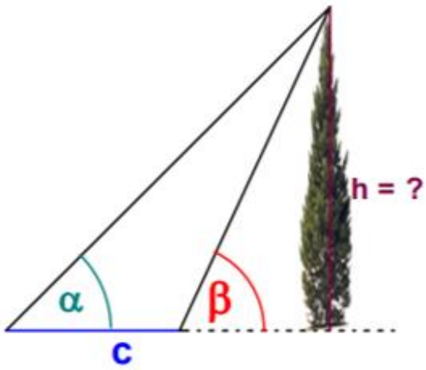
Rozhodněte, které z následujících tvrzení je pravdivé?

A) $g_1 > g_2$ B) $g_3 > g_4$ C) $\frac{a_2}{a_1} > \frac{g_2}{g_1}$ D) $a_1 \cdot a_2 < g_1 \cdot g_2$ E) žádná ze zmíněných možností

Příklad 16 **max 2 body**

Výška stromu se dá určit pomocí dvou úhlů a jedné strany (stejně jak je tomu na obrázku). Určete výšku stromu h, platí-li: $c = 20$ m, $\alpha = 45°$ a $\beta = 65°$.

Předpokládejte, že strom je kolmý k zemi.

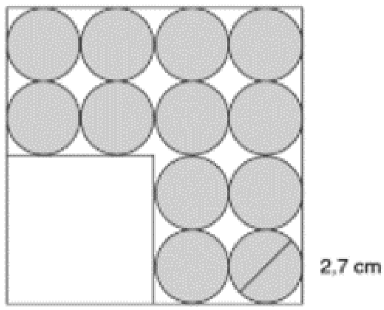


V **záznamovém archu** uveďte celý **postup řešení**

(zaokrouhlete na desetiny metrů)

Příklad 17 **2 body**

Do čtverce jsme vložili 12 kružnic o průměru 2,7 cm.



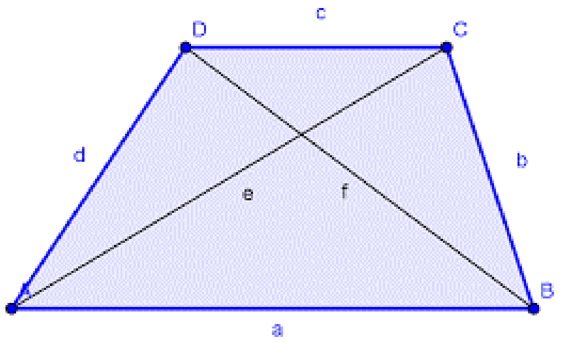
Která z následujících možností odpovídá obsahu bílé plochy (ve velkém čtverci)?

Výsledek je zaokrouhlen na cm^2

A) 42,28 cm^2
B) 47,93 cm^2
C) 55,04 cm^2
D) 59,21 cm^2
E) žádná ze zmíněných možností

Příklad 18 **max 2 body**

Strany lichoběžníku jsou v poměru 10 : 5 : 4 : 5 (a : b : c : d), kde strany a, c jsou základny tohoto lichoběžníku. Obsah lichoběžníku je 252 cm^2.



Určete délku výšky tohoto lichoběžníku.
Uveďte celý postup řešení.

Příklad 19 **1 bod**

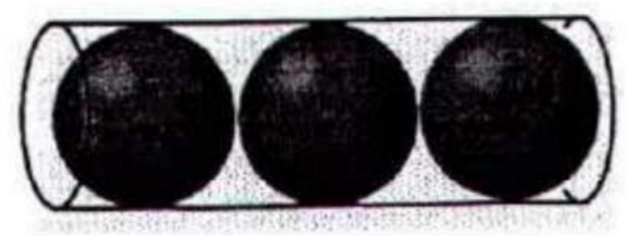
V rovnoramenném pravoúhlém trojúhelníku ABC s pravým úhlem při vrcholu C platí:
$A[-6; 2], C[2; -4]$

Vyberte možnost, která odpovídá délce strany AB (výsledek je zaokrouhlen na setiny):

A) 7,07 B) 11,31 C) 14,14 D) 16,97 E) žádná z uvedených možností

Příklad 20 **2 body**

Do válce jsou vepsány tři stejné koule o poloměru r tak, jak ukazuje obrázek. Koule se vzájemně dotýkají, kraje koule se dotýkají podstav válce.



Z následujících možností vyberte tu, která je **nepravdivá**

A) Poloměr koule je šestinou výšky válce.

B) Výška válce je trojnásobkem průměru jeho podstavy.

C) Povrch válce je stejný jako povrch všech koulí dohromady.

D) Koule zabírají dvě třetiny objemu válce.

E) Žádná z uvedených možností

Příklad 21 **2 body**

Je dána přímka $p\colon -12x + 8y - 7 = 0$

Která z následujících přímek je rovnoběžná s přímkou p?

A) $a\colon \begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 15 - 2t, t \in R \end{cases}$

B) $b\colon \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 3 + 2t, t \in R \end{cases}$

C) $c\colon \begin{cases} x = 7 - 2t \\ y = 7 + 3t, t \in R \end{cases}$

D) $d\colon \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 + 3t, t \in R \end{cases}$

E) $e\colon \begin{cases} x = -15 - 7t \\ y = 5 - 7t, t \in R \end{cases}$

Příklad 22 **2 body**

Dvě nádoby mají tvar válce. První z nádob je třikrát vyšší než druhá, ale průměr dna má třikrát menší než druhá.

Určete, do které nádoby se vejde více vody.

A) do první nádoby B) do druhé nádoby C) do obou dvou stejně D)to nelze určit

Příklad 23 **max 2 body**

V rovině je dán rovnoběžník ABCD: $\overrightarrow{AB} = \vec{a} = (6; -2); \overrightarrow{AD} = \vec{b} = (3; 4)$.

Vypočítejte velikost úhlu, který v rovnoběžníku ABCD svírají úhlopříčky AC a BD mezi sebou? Uveďte celý postup řešení a výsledek zaokrouhlete na celé stupně a minuty.

Příklad 24 **max 2 body**

Z 27 žáku jedné třídy se na dnešní hodinu připravilo pouze 11 žáků. Učitel náhodně vybral pro dnešní zkoušení čtveřici žáků.

Jaká je pravděpodobnost, že všichni čtyři vybraní se na dnešní hodinu nepřipravovali?
Uveďte celý postup řešení. Výsledek zaokrouhlete na desetiny procent.

Příklad 25 **1 bod**

Pololetní známky z matematiky studentů gymnázia v Kocourkově jsou zaznamenány v tabulce, ale jeden údaj chybí. S doplněným údajem bude medián pololetní známky 2,5.

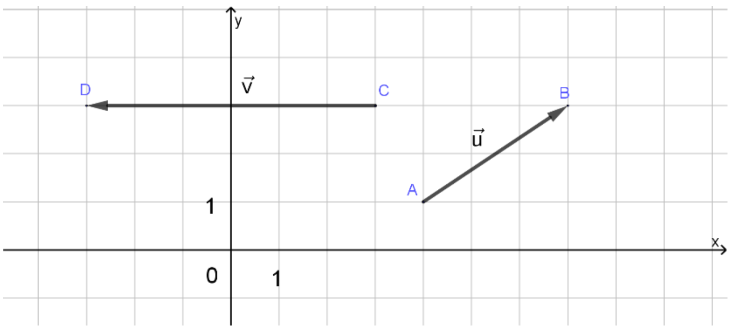
Pololetní známka	1	2	3	4	5
Počet studentů	35	27	40		23
Medián pololetní známky	2,5				

Určete nejmenší možný počet studentů, kteří dostali 4

A) 2 B) 4 C) 6 D) 9 E) takový počet není možný

Příklad 26 **max. 2 body**

V rovnině jsou umístěny vektory $\vec{u} = \overrightarrow{AB}, \vec{v} = \overrightarrow{CD}$. A, B, C, D jsou mřížové body



Ke každému vektoru (26.1 – 26.3) doplňte souřadnice (A – E) tak, aby byla splněna uvedená podmínka

26.1 vektor $\vec{a}$, kde $\vec{a} = 3\vec{u}$

26.2 vektor $\vec{b}$, kde $\vec{b} = 2\vec{u} - \vec{v}$

26.3 vektor $\vec{c}$, kde $\vec{c} \cdot \vec{u} = 0$

A) (12; 4)

B) (6; - 2)

C) (8; - 12)

D) (9; 6)

E) (6; 9)